

Оптимизационный метод статического расчета строительных конструкций с применением вероятностных законов с ограничениями

Д.Б. Демченко, В.Е. Касьянов

В 40-х годах XX века советский ученый, чл.-корр. АН СССР Н.С. Стрелецкий [1] внес предложение перейти от метода расчета строительных конструкций по допускаемым напряжениям к вероятностно-статистическому методу.

Величина вероятности отказа в случае нормального закона (по методу Н.С. Стрелецкого) определяется по формуле (1):

$$Q = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_s(s)[1 - F_s(s)]ds = \int_{-\infty}^{\infty} F_s(s)f_s(s)ds. \quad (1)$$

Усовершенствовать метод Н.С. Стрелецкого и более точно определять вероятность безотказной работы строительных конструкций возможно, если вместо нормального закона применять законы со сдвигом, например, закон Вейбулла с тремя параметрами, имеющий одним из параметров – сдвиг кривой плотности распределения.

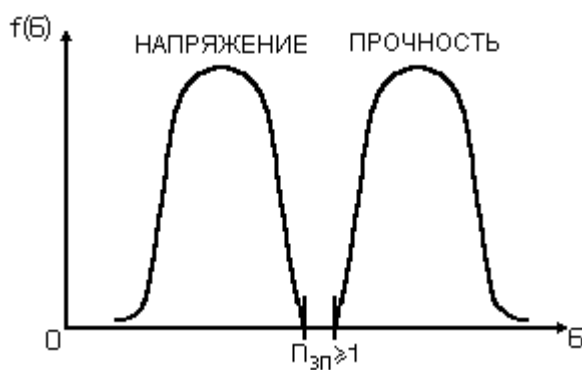


Рис. 1. – Плотности распределений Вейбулла с тремя параметрами для действующих напряжений и прочности

$n_{зп}$ - запас прочности по экстремальным значениям напряжения и прочности

Применение закона Вейбулла с тремя параметрами для действующих напряжений и несущей способности, полученные по выборочным данным, представлены на рис.1. В случае определения параметра сдвига (максимального значения) для действующих напряжений можно использовать закон Вейбулла [2]:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-c}{a}\right)^b}, \quad (2)$$

при этом значения вариационного ряда следует умножать на (-1).

Также возможно применение распределения Фишера-Типпета [3,4]:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{c-x}{a}\right)^b}. \quad (3)$$

Для применения законов Вейбулла (2) или Фишера-Типпета (3) имеется физическое обоснование, состоящее в том, что не может быть нулевой или близкой к ней прочности конструкции (иначе разрушение происходило бы от собственного веса). В случае, когда рассматриваем действующие напряжения, а именно ограничение по максимальной величине напряжений или сдвиг распределения справа – для них обусловлены ограничения размеров конструкции природными нагрузками (ветер, снег, гололед и т.п.). Действующие факторы должны задаваться их вероятностью распределения.

Если представить на одном графике вероятность распределения для действующих напряжений и несущей способности для генеральных совокупностей конечного объема (далее совокупностей) [5], то этот график примет вид (рис.2).

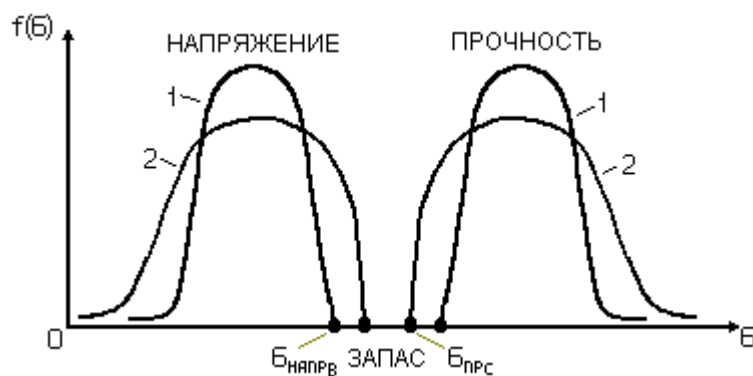


Рис. 2. – Распределение напряжения и прочности:

1 – выборки; 2 – совокупности

Для обеспечения безаварийной работы конструкции предлагается неравенство:

$$n_c \leq n_b,$$

где n_B - вероятностный запас прочности по выборочным данным напряжения

$$\text{и прочности } n_B = \frac{\sigma_{npB}}{\sigma_{напрB}};$$

$n_C = \frac{\sigma_{npC}}{\sigma_{напрC}}$ - вероятностный запас прочности по совокупностям конечного объема.

Вероятностный запас прочности для совокупности n_C можно принять по аналогии с расчетом по предельным состояниям $n_C \geq 1,15$ [6,7].

Для случая $n_C < 1$ пересечение кривых распределения для совокупностей приведет к появлению величины вероятности отказа Q или вероятности безотказной работы $P=1-Q$.

Тогда возникает необходимость оптимизации вероятности безотказной работы P (рис.3). Из рис.3 видно, что кривая $Ц_K$ растет с увеличением P , а затраты в эксплуатации, связанные с отказами строительных конструкций снижаются. Суммарные затраты $З_{сумм}$ получаются сложением ординат для $Ц_K$ и $З_{эк}$; в итоге кривая $З_{сумм}$ будет иметь вогнутость, а минимум $З_{сумм}$ будет соответствовать $P_{опт}$.

Для строительных конструкций рассмотрим случай $n_C \geq 1$.

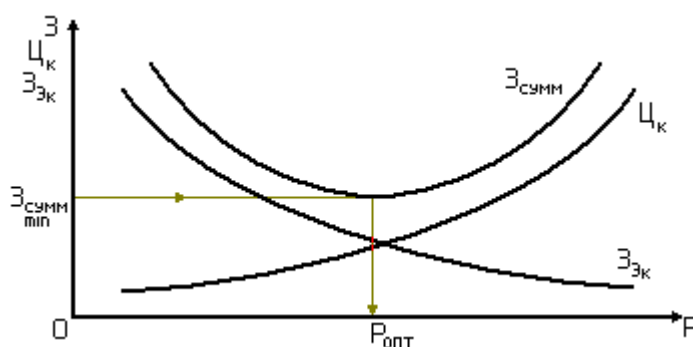


Рис. 3. – Оптимизация вероятности безотказной работы P ;

$З_{сумм}$ - критерий оптимизации P ; $Ц_K$ - цена конструкции;

$З_{эк}$ - затраты на эксплуатацию конструкции.

При пересечении левой и правой ветвей плотностей распределения напряжения и прочности рассматривается левая часть графика на рис.4.

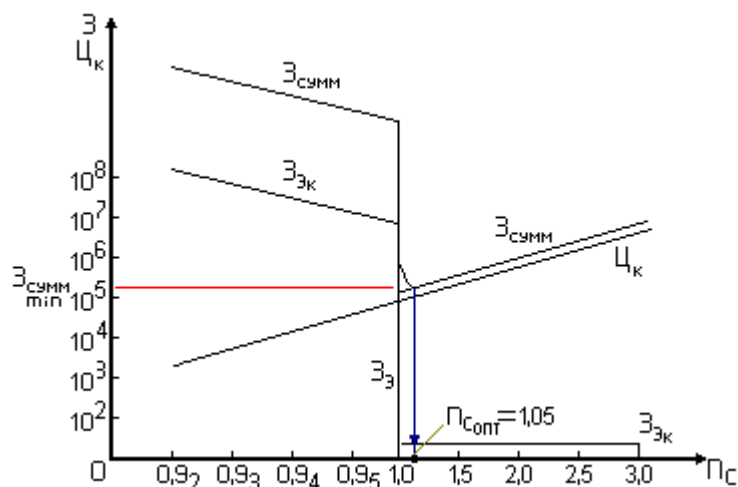


Рис. 4. – Оптимизация вероятности безотказной работы P

и вероятностного запаса прочности для строительных конструкций

Кривая эксплуатационных затрат в этой части располагается существенно выше, для чего используется логарифмическая шкала. В правой части графика, начиная с $n_c = 1$ суммарные затраты $Z_{сумм}$ имеют точку минимума, лишь на 5% превышая $n_c = 1$ (эти 5% учитывают точность приборов и инженерных расчетов), т.е. $n_{c_{опт}} = 1,05$.

В данном случае эксплуатационные затраты не учитывают отказы строительных конструкций, а включают в себя лишь затраты на обслуживание (осмотр, окраска и т.д.).

Изложенный метод статического расчета несущей способности строительных конструкций в вероятностном аспекте с применением закона Вейбулла с тремя параметрами с ограничениями (сдвиг распределения слева для несущей способности, справа для действующих напряжений) и с переходом от выборки к совокупности [8-10] позволяет повысить точность расчета вероятности безотказной работы и вероятностного запаса прочности, а также оптимизировать величину вероятности безотказной работы строительных конструкций.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Стрелецкий Н.С. Основы статистического учета коэффициента запаса прочности сооружений [Текст]. – М.: Стройиздат, 1947. – 92 с.
2. Вейбулл В. Усталостные испытания и анализ их результатов [Текст]: Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1964. – 275 с.
3. Fisher R.A. The design of experiments [Текст], Edinburg, Oliver and Boyd. 1935.
4. Tippett. The Methods of statistics [Текст], J., Wiley, N.J.
5. Касьянов В.Е., Зайцева М.М., Котесов А.А. Оценка параметров распределения Вейбулла для совокупности конечного объема [Текст] // Деп. в ВИНИТИ, 24.01.2012 №21-В2012.
6. Райзер В.Д. Теория надежности в строительном проектировании [Текст]. – М.: Изд-во АСВ, 1998. – 304 с.
7. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике [Текст]. – М.: Изд-во литературы по строительству, 1965. – 279 с.
8. Касьянов В.Е., Котесов А.А., Котесова А.А. Аналитическое определение параметров закона Вейбулла для генеральной совокупности конечного объема по выборочным данным прочности стали [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2012, №2. – Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n2y2012/804> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.
9. Демченко Д.Б., Касьянов В.Е. Анализ метода статического расчета строительных стальных конструкций с применением вероятностных законов [Текст] // «Научное обозрение», 2013. – №2. – С. 97-99
10. Касьянов В.Е., Щулькин Л.П., Котесова А.А., Котова С.В. Алгоритм определения параметров прочности, нагруженности и ресурса с помощью аналитического перехода от выборочных данных к данным совокупности [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2012, №4 (часть 2). – Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1236> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.