Нагружение блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки

И.А.Краснобаев, И.А.Маяцкая, Икуру Годфрей Аарон

Для определения разрешающей системы уравнений для напряженно-деформированного состояния конструкции, состоящей из основания в форме шестиугольной пластины, жестко связанной с основанием круговой цилиндрической оболочки, нужно найти работу внешних сил [1]-[10].

Для того, чтобы применить принцип минимума энергии необходимо найти работу внешних сил, которая определяется как произведение перемещения на величину действующей активной силы. При подсчете величины работы силы, приложенной к кольцу, нужно учитывать толщину кольца. Рассмотрим силу, действующую на кольцо в точке В (рис. 1).

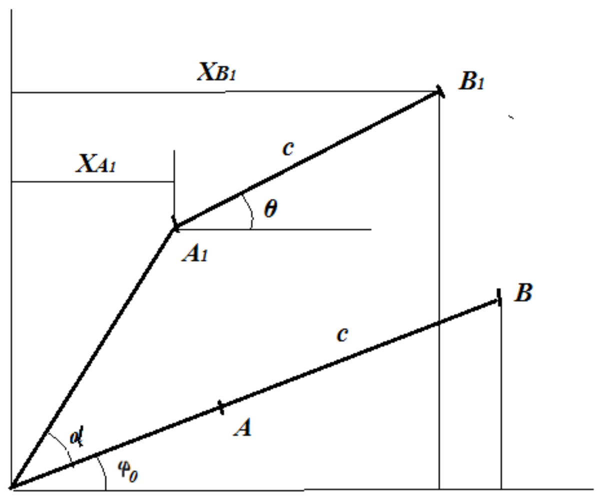


Рис. 1. – Схема для определения перемещений в точке В для кольца.

Пусть точка А приложена на том же самом радиуса, что и точка В, и при этом принадлежит как телу I, так и телу II. Если длина отрезка АВ равна с, то после деформации этот отрезок перейдет в A_1B_1 также равный с.

Для определения нового положения точки В после деформации необходимо определить угол θ с осью х отрезка A_1B_1.

Координаты точки A_1 равны

$$X_{A_1} = \left(a_0 + u_{\kappa 2}^{IIi}\right)\cos\left(\varphi_0 + \alpha\right); \qquad Y_{A_1} = \left(a_0 + u_{\kappa 2}^{IIi}\right)\sin\left(\varphi_0 + \alpha\right); \tag{1}$$

Определим главные значения приращения координаты точки А после деформации:

$$dX = \left\{ - a_0 \sin\varphi_0 + \left[u^{IIi}_{\kappa 2,\varphi_0} \cos\varphi_0 - u^{IIi}_{\kappa 1} \cos\varphi_0 - u^{IIi}_{\kappa 2} \sin\varphi_0 - u^{IIi}_{\kappa 1,\varphi_0} \sin\varphi_0 \right] \right\} d\varphi_0;$$

$$dY = \left\{ a_0 \cos\varphi_0 + \left[u^{IIi}_{\kappa 2,\varphi_0} \sin\varphi_0 + u^{IIi}_{\kappa 2} \cos\varphi_0 - u^{IIi}_{\kappa 1} \sin\varphi_0 + u^{IIi}_{\kappa 1,\varphi_0} \cos\varphi_0 \right] \right\} d\varphi_0 . \quad (2)$$

Введем следующие обозначения:

$$u^{IIi}_{\kappa 2,\varphi_0} \cos\varphi_0 - u^{IIi}_{\kappa 1} \cos\varphi_0 - u^{IIi}_{\kappa 2} \sin\varphi_0 - u^{IIi}_{\kappa 1,\varphi_0} \sin\varphi_0 = I;$$

$$u^{IIi}_{\kappa 2,\varphi_0} \sin\varphi_0 + u^{IIi}_{\kappa 2} \cos\varphi_0 - u^{IIi}_{\kappa 1} \sin\varphi_0 + u^{IIi}_{\kappa 1,\varphi_0} \cos\varphi_0 = II . \quad (3)$$

Таким образом, формулы (2) с учетом (3) имеют вид:

$$dX = \{ - a_0 \sin\varphi_0 + I \} d\varphi_0; \qquad dY = \{ a_0 \cos\varphi_0 + II \} d\varphi_0 . \quad (4)$$

Очевидно, что $tg\theta = -\frac{dX}{dY}$. (5)

Подставляя (4) в (5), получим:

$$tg\theta = tg\varphi_0 - \frac{\varepsilon}{a_0}, \quad \text{где} \quad \varepsilon = \frac{II}{\cos^2\varphi_0} \sin\varphi_0 + \frac{I}{\cos^2\varphi_0} . \quad (6)$$

Используя формулы тригонометрии, можно определить:

$$\sin\theta = tg\varphi_0 \left(1 - \frac{1}{2} tg^2\varphi_0 \right) - \frac{\varepsilon}{a_0} \left(1 - \frac{3}{2} tg^2\varphi_0 \right); \qquad \cos\theta = 1 - \frac{1}{2} \left(tg^2\varphi_0 - 2\frac{\varepsilon}{a_0} tg\varphi_0 \right). \quad (7)$$

Координаты точки B_1 после деформации равны

$$X_{B_1} = X_{A_1} + c \cdot \cos\theta; \qquad Y_{B_1} = Y_{A_1} + c \cdot \sin\theta; \qquad Z_{B_1} = H + u^{IIi}_{\kappa 3}\Big|_{z=H} + c \cdot \theta^* , \quad (8)$$

где θ^* – угол поворота поперечного сечения кольца.

Координаты точки B после деформации равны

$$X_B = (a_0 + c)\cos\varphi; \qquad Y_B = (a_0 + c)\sin\varphi; \qquad Z_B = H . \quad (9)$$

Учитывая (8) и (9), определим перемещения точки B:

$$\Delta X_{B_1} = X_{A_1} + c \cdot \cos\theta - (a_0 + c)\cos\varphi; \qquad \Delta Y_{B_1} = Y_{A_1} + c \cdot \sin\theta - (a_0 + c)\sin\varphi;$$

$$\Delta Z_{B_1} = u^{IIi}_{\kappa 3}\Big|_{z=H} + c \cdot \theta^* . \quad (10)$$

В формуле (10) введем обозначения:

$$X_{A_1} = u^{IIi}_{\kappa 2}\Big|_{z=H}; \qquad Y_{A_1} = u^{IIi}_{\kappa 1}\Big|_{z=H}; \qquad \theta^* = u^{IIi}_{\kappa 2,z}\Big|_{z=H} . \quad (11)$$

Учитывая (11) и $\varphi_0 = 0$, перемещения точки В примут вид:

$$\Delta X_{B_1} = u^{IIi}_{\kappa 2}\Big|_{z=H} + \left(a - a_0\right)\cdot\cos\theta - a\,; \qquad \Delta Y_{B_1} = u^{IIi}_{\kappa 1}\Big|_{z=H} + \left(a - a_0\right)\cdot\sin\theta\,;$$

$$\Delta Z_{B_1} = u^{IIi}_{\kappa 3}\Big|_{z=H} + \left(a - a_0\right)u^{IIi}_{\kappa 2,z}\Big|_{z=H}\,. \qquad (12)$$

Определим работу внешней нагрузки на узлы кольца (рис. 2):

1). при симметричном нагружении узла кольца B_1 –

$$A_1 = P_4 \Delta X_{B_1} - P_5 \Delta Z_{B_1}\,; \qquad (13)$$

2). при несимметричном нагружении узла кольца B_1 –

$$A_2 = P_6 \Delta Y_{B_1}\,; \qquad (14)$$

Работу внешней силы в случае воздействия ее на узел тела A_1 записать легко, так как все перемещения пластинки известны:

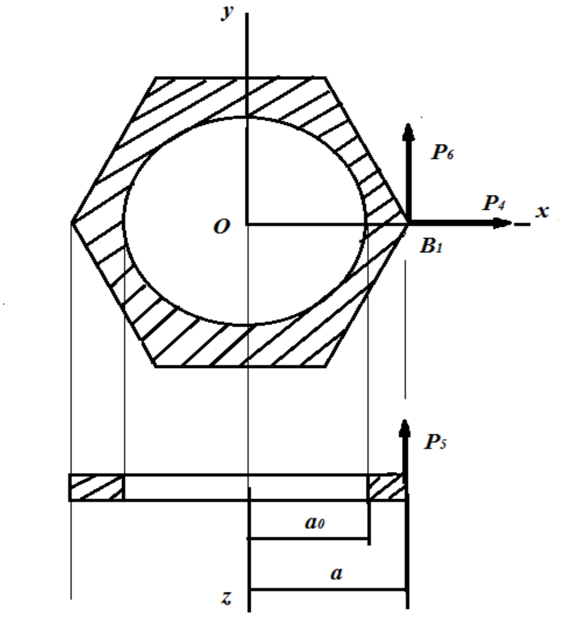
1). при симметричном нагружении узла кольца A_1 –

$$A_3 = P_1 u^{Ii}_{\kappa 1} - P_2 u^{Ii}_{\kappa 3}\,; \qquad (15)$$

2). при несимметричном нагружении узла кольца A_1 –

$$A_4 = P_3 u^{Ii}_{\kappa 2}\,; \qquad (16)$$

а)



б)

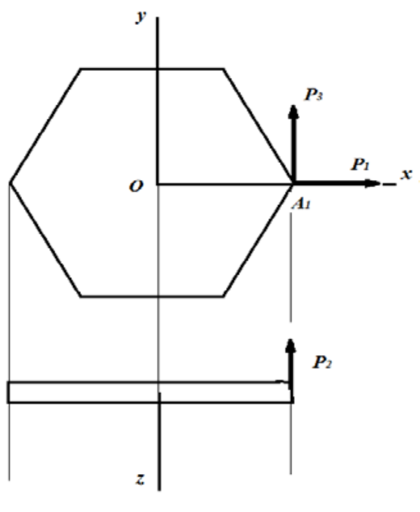


Рис. 2. – Схема нагружения для кольца.

а – узла B_1; б – узла A_1.

Таким образом, получены все выражения для работ активных сил.

Литература:

1. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А. Основы расчета на изгиб тонких жестких пластин [Текст]: Монография / Краснобаев И.А., Маяцкая И.А. – Ростов н/Д, РГСУ, 2011.– 87 с.

2. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Смирнов И.И., Языев Б.М. Теория пластин и оболочек: [Текст]: Монография / Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Смирнов И.И., Языев Б.М. – Ростов н/Д, РГСУ, 2011.– 114 с.

3. Амосов А.А. Техническая теория тонких упругих оболочек: [Текст]: Монография / Амосов А.А.–М.:АСВ, 2009, – 332 с.

4. Филин А.П. Элементы теории оболочек.–Л.:Стройиздат, 1975, – 256 с.

5. Огибалов П.М., Колтунов М.Л. Оболочки и пластины.–М.:МГУ, 1969, – 696 с.

6. Calladine C.R. Theory of shell structures.– N.Y.: Cambridge University Press, 1989, –788 p.

7. Zingoni A. Shell structures in civil and mechanical engineering.– N.Y.: Thomas Telford Publishing, 1997, –351 p.

8.Литвинов В.В., Кулинич И.И. Соотношения между компонентами поверхностной нагрузки в оболочках вращения при безмоментном их состоянии.[Текст] //Интернет-журнал «Инженерный вестник Дона». 2012 №4 (2) [Электронный ресурс].-М. 2012. – Режим доступа: http://www.ivdon.ru.

9.Стрельников Г.П., Бурцева С.В., Авилкин В.И. К расчету оболочек вариационно-энергетическим методом.[Текст] //Интернет-журнал «Инженерный вестник Дона». 2012 №4 (2) [Электронный ресурс].-М. 2012. – Режим доступа: http://www.ivdon.ru.

10. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки.– М.:Наука, 1966, – 636 с.