

Уравнения коноида с ортогональной системой координат в параметрическом виде

О.О. Алёшина, М.Х.А. Нашер, В. Дияб, М.М.А. Увайс, Я. Хасан, Ж. Чжан

Российский университет дружбы народов, Москва

Аннотация: В статье впервые получены параметрические уравнения прямых коноидальных поверхностей с ортогональной системой координат с разными направляющими кривыми. Представлены параметрические уравнения для коноидов с направляющими кривыми синус, косинус и парабола. В системе MathCad наглядно выполнены построения прямых коноидов с выбранными направляющими кривыми с различными начальными геометрическими параметрами и представлены в статье для возможности расширения их использования в архитектурном проектировании, строительстве и других отраслях промышленности.

Ключевые слова: коноид, ортогональная система координат, синус, косинус, парабола, параметрическое уравнение, система MathCad.

Введение

Оболочечные конструкции в форме разнообразных поверхностей широко используются в архитектурном проектировании и многих отраслях промышленности благодаря решению многих вопросов в изучении геометрии, формообразования и понимания характера работы этих конструкций и элементов путем изучения их параметров напряженно-деформированного состояния различными численными методами расчета, в том числе благодаря современным инновационным программным комплексам [1, 2].

Вопросы изучения геометрии прямого коноида с неортогональной системой координат, применения в качестве покрытия тонкостенных строительных конструкций и методов расчета оболочек данного класса представлены в работах [3, 4]. В статье [3] впервые была представлена наиболее полная информация о применении коноида в архитектуре зданий и рассмотрены существующие коноидальные конструкции. В дальнейшем в [5, 6] информация о применении коноидов в архитектуре и строительстве расширена и дополнена. Общая теория расчета коноидального купола

представлена в [7]. Известный архитектор Ле Корбюзье использовал форму коноидов в своих работах [8]. В статьях [9, 10] предложен алгоритм получения новых модулей, состоящих из коноидальных поверхностей, для геометрического моделирования. Влияние новых вариантов мансардных окон, повторяющих форму коноидальных конструкций покрытия, для поступления достаточного солнечного света внутрь здания представлено в статье [11]. Последние исследования коноидальных оболочек посвящены изучению напряженно-деформированного состояния из композитных материалов [12, 13]. Исследование разрушения крыш в форме коноидов из композитных материалов с учетом геометрической нелинейности представлено в работе [14]. Конечно-элементный анализ разрушения первого слоя и расслоение многослойных композитных коноидальных оболочек с учетом геометрической нелинейности рассмотрен в статье [15]. Исследование устойчивости оболочки в форме коноида из однородного, изотропного линейно упругого материала при действии равномерной поперечной нагрузки выполняется в работе [16]. Свободные колебания многослойной оболочки в термической среде изучаются в работе [17]. В статье [18] представлена новая математическая модель для коноидальной оболочки большой толщины с учетом кривизны.

На сегодняшний день все результаты изучения геометрии и применения прямых коноидов в архитектуре и строительстве тонкостенных конструкций представлены в научных работах с неортогональной системой координат. В статье [19] впервые предложено рассмотрение прямых коноидов с ортогональной системой координат, были получены уравнения в векторной форме для формообразования коноидов с различными кривыми в качестве направляющих.

Прямой коноид представляет собой линейчатую поверхность, где прямолинейные образующие перпендикулярны базовой прямой, которая

служит осью коноида. Таким образом, коноидальная поверхность относится к классу нормальных линейчатых поверхностей. Согласно полной классификации линейчатых поверхностей прямой коноид входит в класс линейчатых поверхностей, в подкласс линейчатых с отрицательной гауссовой кривизной поверхностей, в группу поверхностей Каталана, в подгруппу коноидальных поверхностей [20].

В данной статье впервые получены и представлены параметрические уравнения построения прямых коноидальных поверхностей с ортогональной системой криволинейных координат (рис. 1) с кривыми синуса, косинуса и параболы в качестве направляющих.

Материалы и методы

Формообразование коноидальных поверхностей с ортогональной системой координат в параметрической форме с выбранными направляющими кривыми выполняется в программе Mathcad.

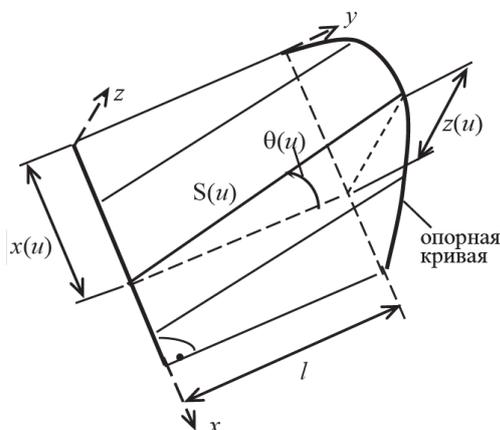


Рис. 1. – Прямой коноид с ортогональной системой координат

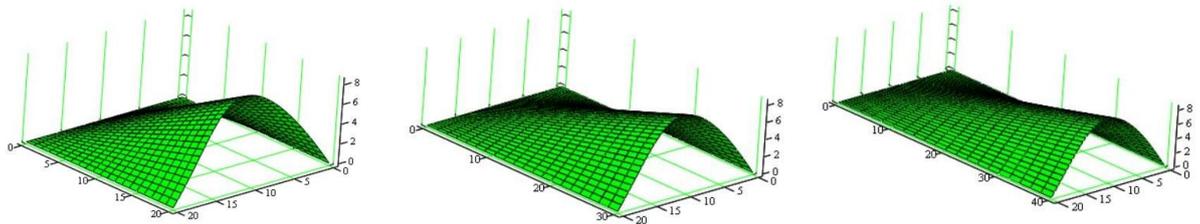
Результаты исследования

Пример 1. Направляющая кривая синус. Функция угла наклона изменяется по синусоидальному закону. Максимальная высота подъема коноида будет $Z_m = b \cdot \sin(\pi \cdot u_m/a)$, угол наклона прямолинейных образующих равен $\theta_m = \arctg(b \cdot \sin(\pi \cdot u_m/a)/l)$. Параметрические

уравнения для прямого коноида с направляющей кривой синуса с ортогональной системой координат:

$$\begin{aligned} X_{m,n} &= u_m ; \\ Y_{m,n} &= v_n \cdot \cos(\arctg(b \cdot \sin(\pi \cdot u_m/a)/l)); \\ Z_{m,n} &= v_n \cdot \sin(\arctg(b \cdot \sin(\pi \cdot u_m/a)/l)) \cdot \frac{\sqrt{l^2 + z_m^2}}{l} \end{aligned} \quad (1)$$

На рис. 2–4 представлены коноидальные поверхности с ортогональной системой координат с направляющей кривой синус с различными геометрическими параметрами.

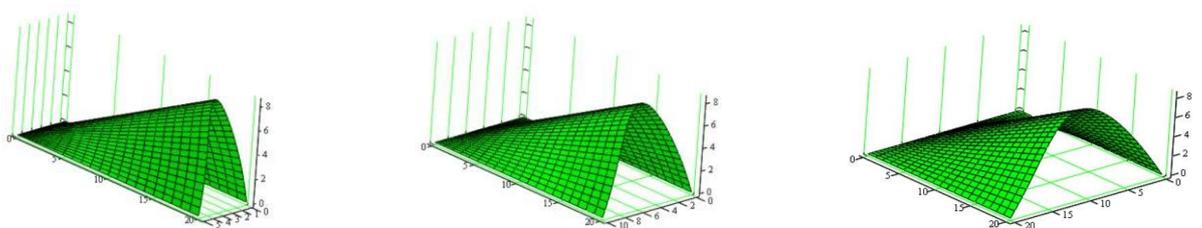


$l = 20$ м

$l = 30$ м

$l = 40$ м

Рис. 2. – Прямой коноид с ортогональной системой координат с направляющей кривой синус с разной длиной l

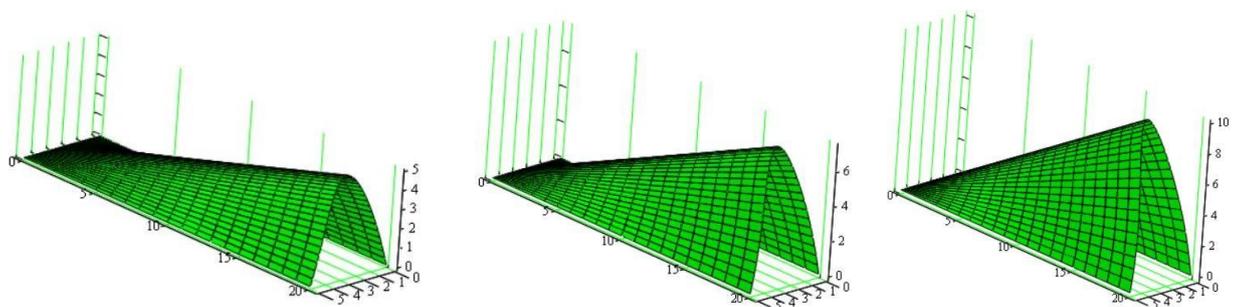


$a = 5$ м

$a = 10$ м

$a = 20$ м

Рис. 3. – Прямой коноид с ортогональной системой координат с направляющей кривой синус с разной шириной a



$b = 5$ м

$b = 7,5$ м

$b = 10$ м

Рис. 4. – Прямой коноид с ортогональной системой координат с направляющей кривой синус с разной высотой b

Пример 2. Направляющая кривая парабола. Функция угла наклона изменяется по параболическому закону. Максимальная высота подъема коноида будет $Z_m = b \cdot (1 - u_m^2/a^2)$, угол наклона прямолинейных образующих равен $\theta_m = \arctg(b \cdot (1 - u_m^2/a^2)/l)$. Параметрические уравнения для прямого коноида с направляющей кривой параболы с ортогональной системой координат:

$$\begin{aligned} X_{m,n} &= u_m, \\ Y_{m,n} &= v_n \cdot \cos(\arctg(b \cdot (1 - u_m^2/a^2)/l)), \\ Z_{m,n} &= v_n \cdot \sin(\arctg(b \cdot (1 - u_m^2/a^2)/l)) \cdot \frac{\sqrt{l^2 + z_m^2}}{l}. \end{aligned} \quad (2)$$

На рис. 5–7 представлены коноидальные поверхности с ортогональной системой координат с направляющей кривой параболы с различными геометрическими параметрами.

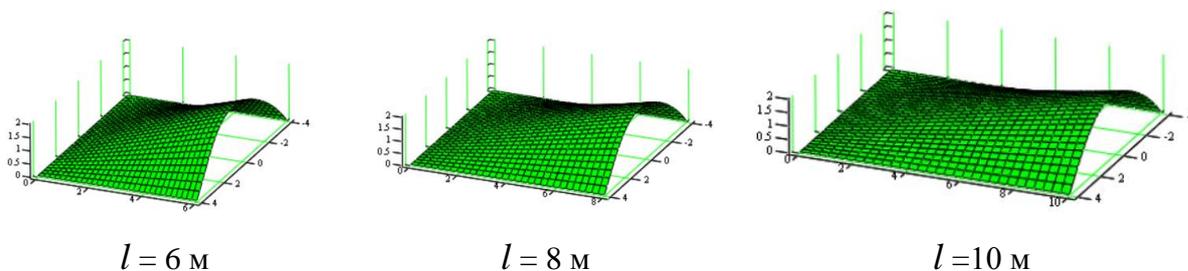


Рис. 5. – Прямой коноид с ортогональной системой координат с направляющей кривой параболы с разной длиной l

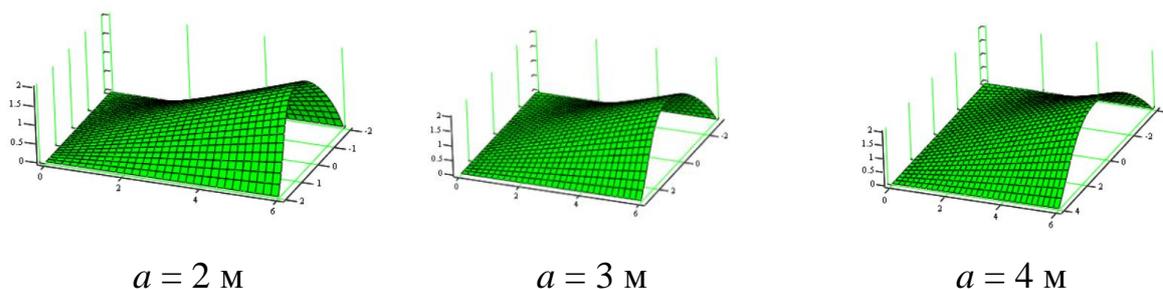
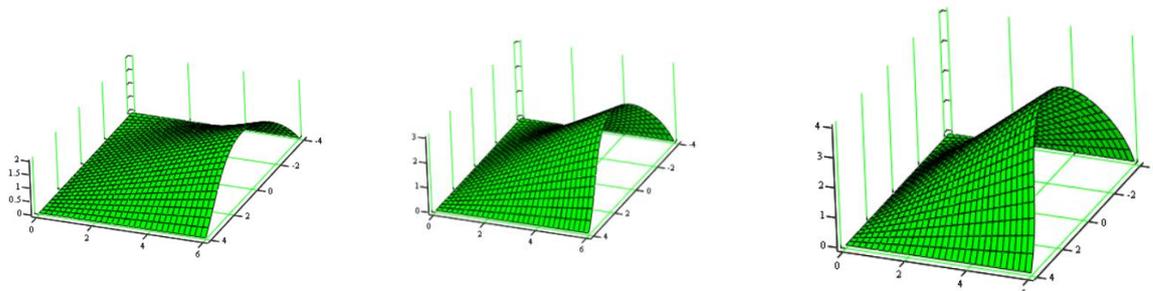


Рис. 6. – Прямой коноид с ортогональной системой координат с направляющей кривой парабола с разной шириной a



$b = 2$ м

$b = 3$ м

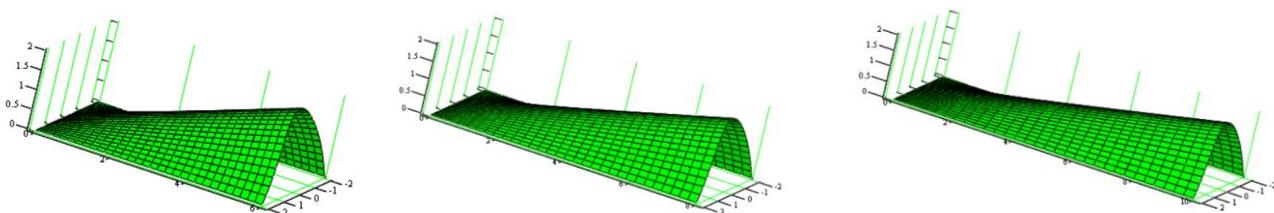
$b = 4$ м

Рис. 7. – Прямой коноид с ортогональной системой координат с направляющей кривой парабола с разной высотой b

Пример 3. Направляющая кривая косинус. Функция угла наклона изменяется по косинусоидальному закону. Максимальная высота подъема коноида будет $Z_m = b \cdot \cos(\pi \cdot u_m/a)$, угол наклона прямолинейных образующих равен $\theta_m = \arctg(b \cdot \cos(\pi \cdot u_m/a)/l)$. Параметрические уравнения для прямого коноида с направляющей кривой косинуса с ортогональной системой координат:

$$\begin{aligned} X_{m,n} &= u_m, \\ Y_{m,n} &= v_n \cdot \cos(\arctg(b \cdot \cos(\pi \cdot u_m/a)/l)), \\ Z_{m,n} &= v_n \cdot \sin(\arctg(b \cdot \cos(\pi \cdot u_m/a)/l)) \cdot \frac{\sqrt{l^2 + z_m^2}}{l}. \end{aligned} \quad (3)$$

На рис. 8–10 представлены коноидальные поверхности с ортогональной системой координат с направляющей кривой косинуса с различными геометрическими параметрами.

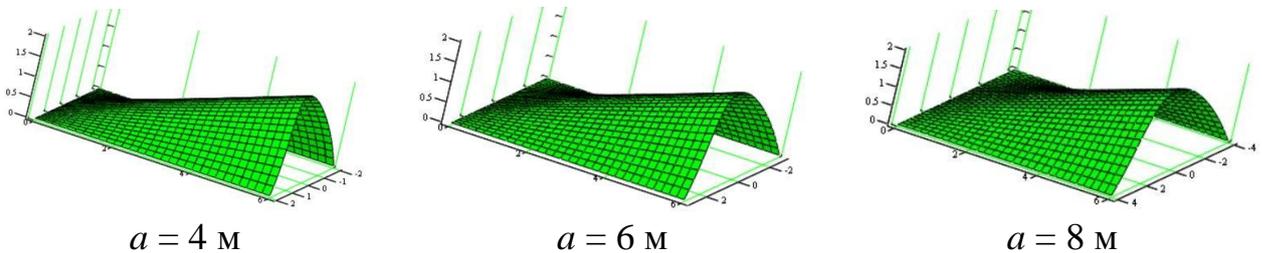


$l = 6$ м

$l = 8$ м

$l = 10$ м

Рис. 8. – Прямой коноид с ортогональной системой координат с направляющей кривой косинуса с разной длиной l

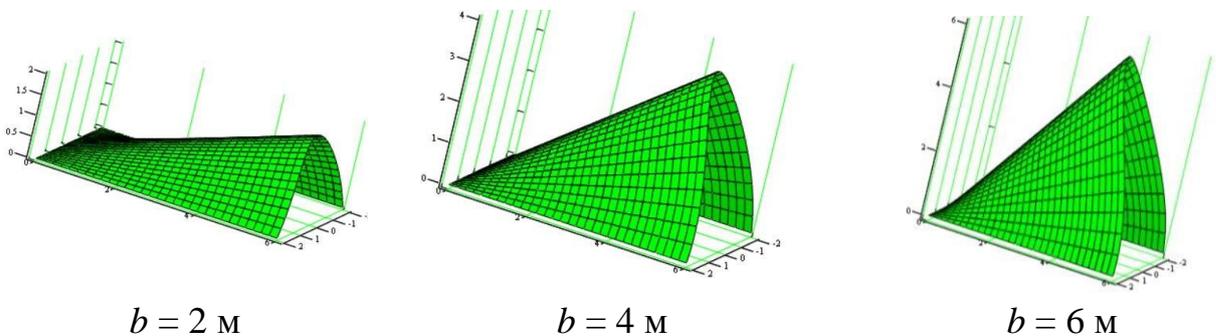


$a = 4$ м

$a = 6$ м

$a = 8$ м

Рис. 9. – Прямой коноид с ортогональной системой координат с направляющей кривой косинуса с разной шириной a



$b = 2$ м

$b = 4$ м

$b = 6$ м

Рис. 10. – Прямой коноид с ортогональной системой координат с направляющей кривой косинуса с разной высотой b

Заключение

В статье впервые получены и представлены параметрические уравнения для прямых коноидальных поверхностей с ортогональной системой координат с направляющими кривыми косинуса, синуса и параболы. Результаты исследования демонстрируют потенциал использования коноидов в современном архитектурном проектировании, что способствует созданию уникальных и функциональных зданий и сооружений.

Дальнейшие исследования оболочек в форме прямого коноида с ортогональной системой координат позволят расширить архитектурное разнообразие форм зданий различного назначения, учитывая возросший интерес к проектированию уникальных сооружений и также понять отличия

работы от конструкций в форме коноидов с неортогональной системой координат, описанные в технической литературе и используемые в архитектурном проектировании, выявить все плюсы и минусы предложенной оболочки.

Литература

1. Петров Д.С. Моделирование поведения цилиндрических оболочечных конструкций, ослабленных отверстиями // Инженерный вестник Дона. 2024. №6. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2024/9310

2. Кадомцева Е.Э., Чепурненко А.С., Симакова А.А., Фарниева М.В., Забейворота В.А. Напряженно-деформированное состояние яйцеобразной оболочки под действием собственного веса и внутреннего давления // Инженерный вестник Дона. 2024. №6. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4667

3. Кривошапко С.Н. Коноидальные оболочки // Монтажные и специальные работы в строительстве. 1998. № 6. С. 22-24.

4. Кривошапко С.Н., Басов Ю.К., Якушина А.А. Исследования по расчету и применению коноидальных оболочек // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений: Межвуз. сб. науч. трудов. – М.: Изд-во АСВ. 2001. Вып. 10. С. 7-14.

5. Кривошапко С.Н., Мамиева И.А. Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий: Монография. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ». 2012. 328 с.

6. Кривошапко С.Н. Применение коноида и цилиндроида при формообразовании зданий и сооружений оболочечного типа // Строительство и реконструкция. 2017. № 5. С. 34–44.

7. Gohnert M. Derivatives of dome theory: the conoidal, elliptical, and conical domes and the hyperbolic shell. In: Shell Structures. Springer. 2022. Pp. 165-214.

8. Capanna A. Conoids and Hyperbolic Paraboloids in Le Corbusier's Philips Pavilion. In: Williams K., Ostwald M. Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future. 2015. Pp. 377-387.

9. Коротич А.В. Дизайн новых типов линейчатых квазимногогранников из коноидов // Дизайн и технологии. 2021. № 82 (124). С. 129-135.

10. Коротич А.В. Архитектоника плотнейших пространственных компоновок из модулей с линейчатыми поверхностями // Дизайн и технологии. 2021. 83–84. С. 6–12.

11. Almodóvar-Melendo J.-M., Quesada-García S., Valero-Flores, P., Cabeza-Lainez, J. Solar radiation in architectural projects as a key design factor for the well-being of persons with Alzheimer's disease. Buildings. 2022. 12. Pp. 1-13.

12. Irshad A., Ghous S.F., Ghosh S., Das Neogi S., Chakravorty D. Study of impact induced response of simply supported laminated composite conoidal shell by finite element method. 67th Congress of the Indian Society of Theoretical and Applied Mechanics (ISTAM). 2022. Paper ID: ISTAM/2022/PA0065

13. Pandey S., Das K. Effect of orientation of laminates on bending behaviour of delaminated composite conoidal shell roofs. Proceedings of 12th Structural Engineering Convention (SEC 2022). 2022. 1. Pp. 51-55.

14. Bakshi K., Chakravorty D. Numerical study on failure of thin composite conoidal shell roofs considering geometric nonlinearity. KSCE Journal of Civil Engineering. 2020. 24. Pp. 913–921.

15. Bakshi K., Chakravorty D. A finite element prediction of first ply failure and delamination in composite conoidal shells using geometric nonlinearity. Sādhanā. 2020. 45. Article number 218.

16. Soares R.M., Moreira C.L.R., Silva F.M.A. Nonlinear oscillations of a transversally excited non-shallow conoidal shell via finite element analysis. Journal of Vibration Engineering and Technologies. 2022. 10. Pp. 2073–2095.

17. Rout M., Hota S.S. Geometrically nonlinear free vibration of CNTs reinforced sandwich conoidal shell in thermal environment. *Acta Mechanica*. 2023. 234. Pp. 2677–2694.

18. Chaubey A., Kumar A., Fic S., Barnat-Hunek D., Sadowska-Buraczewska B. Hygrothermal analysis of laminated composite skew conoids. *Materials*. 2019. 12. Article number 225.

19. Chaubey A.K., Kumar A., Chakrabarti A. Novel shear deformation model for moderately thick and deep laminated composite conoidal shell. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2018. 46. Pp. 650–668.

20. Иванов В.Н., Алёшина О.О. Геометрия прямых коноидов с ортогональной системой координат // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2023. № 2. С. 53-62.

21. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. Springer International Publishing Switzerland, 2015. 752 p.

References

1. Petrov D.S. *Inzhenernyj vestnik Dona*. 2024. №6. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2024/9310

2. Kadomtseva E.E., Chepurnenko A.S., Simakova A.A., Farnieva M.V., Zabeivorota V.A. *Inzhenernyj vestnik Dona*. 2024. №6. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4667

3. Krivoshapko S.N. *Montazhnye i spetsial'nye raboty v stroitel'stve*. 1998. № 6. Pp. 22-24.

4. Krivoshapko S.N., Basov Yu.K., Yakushina A.A. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruktsiy i sooruzheniy: Mezhvuz. sb. nauch. trudov.* – M.: Izd-vo ASV. 2001. Vyp. 10. Pp. 7-14.

5. Krivoshapko S.N., Mamieva I.A. *Analiticheskie poverkhnosti v arkhitekture zdaniy, konstruktsiy i izdeliy:* [Analytical surfaces in the architecture of buildings,

structures and products] Monografiya. M.: Knizhny dom «LIBROKOM». 2012. 328 p.

6. Krivoshapko S.N. Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2017. № 5. pp. 34–44.
 7. Gohnert M. In: Shell Structures. Springer. 2022. Pp. 165-214.
 8. Capanna A. In: Williams K., Ostwald M. Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future. 2015. Pp. 377-387.
 9. Korotich A.V. Dizayn i tekhnologii. 2021. № 82 (124). pp. 129-135.
 10. Korotich A.V. Dizayn i tekhnologii. 2021. № 83–84. pp. 6–12.
 11. Almodóvar-Melendo J.-M., Quesada-García S., Valero-Flores, P., Cabeza-Lainez, J. Buildings. 2022. 12. 603 p.
 12. Irshad A., Ghous S.F., Ghosh S., Das Neogi S., Chakrovorty D. 67th Congress of the Indian Society of Theoretical and Applied Mechanics (ISTAM). 2022. Paper ID: ISTAM/2022/PA0065
 13. Pandey S., Das K. Proceedings of 12th Structural Engineering Convention (SEC 2022). 2022. 1. pp. 51-55.
 14. Bakshi K., Chakravorty D. KSCE Journal of Civil Engineering. 2020. 24. Pp. 913–921.
 15. Bakshi K., Chakravorty D. Sādhanā. 2020. 45. Article number 218.
 16. Soares R.M., Moreira C.L.R., Silva F.M.A. Journal of Vibration Engineering and Technologies. 2022. 10. Pp. 2073–2095.
 17. Rout M., Hota S.S. Acta Mechanica. 2023. 234. Pp. 2677–2694.
 18. Chaubey A., Kumar A., Fic S., Barnat-Hunek D., Sadowska-Buraczewska B. Materials. 2019. 12. Article number 225.
 19. Chaubey A.K., Kumar A., Chakrabarti A. Mechanics Based Design of Structures and Machines. 2018. 46. Pp. 650–668.
 20. Ivanov V.N., Alyoshina O.O. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy. 2023. № 2. pp. 53-62.
-



21. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Encyclopedia of Analytical Surfaces. Springer International Publishing Switzerland, 2015. 752 p.

Дата поступления: 7.05.2024

Дата публикации: 26.06.2024