

## Оценка влияния нелинейных факторов на характеристики упорного подшипника скольжения с упругодеформированным, адаптированным профилем опорной поверхности

*Е.А. Болгова*

*Ростовский государственный университет путей сообщения*

**Аннотация:** Данное исследование посвящено разработке новой математической модели, клиновидной опоры скольжения с нестандартным упругодеформированным опорным профилем поверхности ползуна, при учете нелинейных факторов, в условиях течения двухслойной смазки, обеспечивающее эффективное смазывание и снижение износа рабочей поверхности. Для разработки этой модели мы будем использовать методы математического моделирования и анализа данных, чтобы учесть все необходимые факторы и параметры. Для достижения данной цели использованы общеизвестные нелинейные уравнения: движения вязкой несжимаемой жидкости для «тонкого слоя», уравнение неразрывности и уравнение Ламе с соответствующими граничными условиями, учитывающие упругодеформированность и адаптированность опорной поверхности ползуна, а также равенство скоростей на границе раздела стратифицированных слоев, равенства давления на концах интервала и равенство скоростей на поверхности направляющей. В результате были выявлены основные рабочие характеристики рассматриваемой пары трения.

**Ключевые слова:** нелинейные факторы, упругодеформированная, нестандартная поверхность, течение двухслойной смазки, зависимость вязкостных характеристик смазочных слоев, отношение плотностных характеристик.

**Введение.** В течение многих лет специалисты занимаются изучением взаимодействия смазочного материала с подшипниками, и наша работа является продолжением этого исследования.

Гидродинамическая теория смазывания подшипников скольжения основана на принципе предотвращения прямого контакта поверхностей различных деталей, которые работают под давлением. В основе этой теории лежит использование смазочного материала, который создает полосу разделения между поверхностями подшипника и обеспечивает надежную смазку и разделение поверхностей под действием давления. Это позволяет уменьшить трение и износ в подшипнике и значительно

повысить его эффективность и срок службы.

Однако, разработка и оптимизация смазочных материалов для упорных подшипников скольжения требует основательного исследования с использованием математических моделей. В последние годы, развитие вычислительной техники и программного обеспечения позволило значительно улучшить точность и реалистичность таких моделей. Комплексные численные методы, такие, как метод конечных элементов и метод гидродинамического смазывания, помогли исследователям более глубоко понять процессы, происходящие в упорных подшипниках скольжения.

Из основных результатов работ [1-4] следует, что разработанные методы расчета при нестационарном двухфазном течении для приближенного квазистационарного, квазиодномерного переменного сечения необходимо аппроксимация в виде зависимости от скоростей и напряжений трения на стенках при нестационарном течении.

Результаты исследования [5-7] линейной устойчивости стратифицированного течения двух вязких жидкостей показали, что для жидкостей разной плотности возможно устойчивость течения с тонким слоем менее вязкой жидкости относительно возмущений, скачек плотности может стабилизировать течение при наличии скачка вязкости, в случае идеальной жидкости, скачок плотности приводит к дестабилизации.

Для изучения и проектирования процессов автоматизированного управления экструзионными линиями были разработаны математические модели, которые учитывают тепловые процессы и многослойные течения. В осесимметричной постановке [8] была представлена модель стратифицированного течения, а в работе [9] была разработана модель

---

для исследования взаимодействия трех полимерных жидкостей в условиях совместного течения. С помощью программного пакета было проведено исследование, нацеленное на выявление влияния расхода полимерной изоляции на толщину изолирующих слоев. Регулирование данного параметра позволяет обеспечить стабильность границ раздела течения и достичь нужных значений толщины.

Работы [10-11] посвящены разработке математической модели стратифицированного течения двухслойного смазочного композита с учетом зависимости вязкости от давления и теплообмена. Установлено, что учет вязкости и распределение температуры существенно зависит от значения вязкостного отношения стратифицированных слоев от отношений теплопроводимости этих слоев. Экспериментальным исследованиям слоистого течения жидкости посвящены работы [12-15], анализ, проведенный в рамках исследования, подтвердил связь между длиной области совместного течения и пост-экструзионным разбуханием материала. Увеличение размера этой области приводит к уменьшению степени разбухания, поскольку продолжительность релаксации упругих напряжений становится дольше.

Двухслойная смазка состоит из верхнего слоя, который непосредственно контактирует с опорной поверхностью подшипника, и нижнего слоя, который разделен от верхнего слоя тонкой пленкой смазки. В процессе движения направляющей в сторону сужения зазора, верхний слой смазки оказывает сопротивление движению, в то время, как нижний слой смазки поддерживает разделение между направляющей и подшипником.

Важной характеристикой течения двухслойной смазки является ее нелинейность. Это означает, что скорость течения смазки неодинакова в

---

разных точках зазора. Более тонкая смазочная пленка образуется в областях сужения зазора, где скорость движения смазки выше, в то время, как более толстая пленка образуется в областях расширения зазора, где скорость движения смазки ниже.

Такое течение двухслойной смазки обеспечивает эффективную смазку и снижает трение и износ подшипника. Однако оно также требует правильного подбора параметров смазки, таких, как вязкость и толщина пленки, чтобы обеспечить оптимальную работу подшипника

В нашем исследовании проведен анализ существующих моделей гидродинамического смазывания и предложены улучшения, которые позволяют более точно рассчитывать параметры и поведение смазочного материала в упорных подшипниках скольжения.

**Постановка задачи.** Рассматривается установившееся течение двухслойной смазки в зазоре упорного подшипника с нелинейным контуром его опорной поверхности. Предполагается, что ползун неподвижен, а направляющая движется в сторону сужения зазора со скоростью  $u^*$  (рис.1)

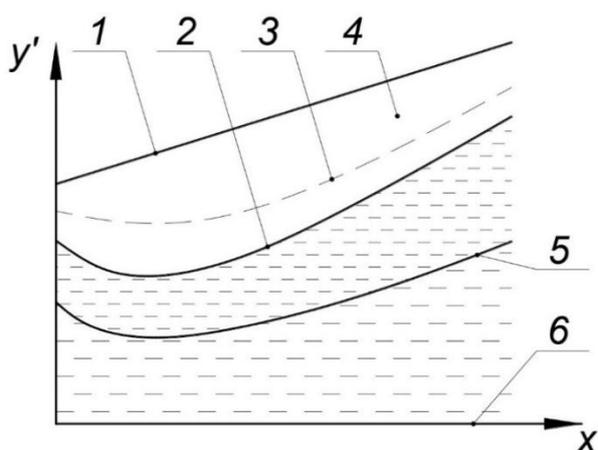


Рисунок 1. – Схематическое изображение двухслойной смазки в зазоре подшипника.

1. – контур жесткой опорной поверхности ползуна; 2. – недеформированный контур ползуна, прилегающий к смазочному слою; 3. – деформируемый контур упругого слоя ползуна; 4. – упругий слой ползуна; 5. – граница раздела смазочных слоев; 6. – направляющая.

В декартовой системе координат  $x'oy'$  уравнения выше указанных контуров запишется в виде:

$$\begin{aligned} 1: y' &= h'_1 + x'tg\alpha; & 2: y' &= h_0 + x'tg\alpha' - a' \sin \omega' x' + \tilde{a}\phi\left(\frac{x'}{l}\right) = \tilde{h}'(x); \\ 3: y' &= h_0 + x'tg\alpha' - a' \sin \omega' x' = h'(x'); & 4: y' &= \alpha h'(x'); \\ & & & (1) \\ 5: y' &= 0; \end{aligned}$$

Основной системой уравнений, которую следует рассмотреть, являются нелинейное уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости в случае "тонкого слоя" и уравнение неразрывности. Каждое уравнение представляет собой ключевую составляющую рассмотрения при анализе и моделировании данных процессов:

$$\begin{aligned} \mu_i \frac{\partial^2 v'_i}{\partial y'^2} &= \frac{dp'_i}{dx} + \rho_i \left( u'_i \frac{\partial v'_i}{\partial y'} + v'_i \frac{\partial v'_i}{\partial x'} \right); & \frac{\partial u'_i}{\partial y'} + \frac{\partial v'_i}{\partial x'} &= 0, \quad i = 1, 2 \\ \frac{\partial^2 u_{y'}}{\partial y'^2} &= 0; & \frac{\partial^2 u_{x'}}{\partial y'^2} &= 0; & Re_i &= \frac{u^* h_0^2 \rho_i}{l \mu_i}. \end{aligned} \quad (2)$$

Граничные условия:

$$u_1 \Big|_{y=0} = 0; \quad v_1 \Big|_{y=0} = -1; \quad u_2 \Big|_{y=h} = 0; \quad v_2 \Big|_{y=h} = 0; \quad p_i(0) = p_i(1) = \frac{p_a}{p_i^*};$$

$$u_1 \Big|_{y=\alpha h} = u_2 \Big|_{y=\alpha h} ; v_1 \Big|_{y=\alpha h} = v_2 \Big|_{y=\alpha h} ; \frac{\partial v_1}{\partial y} \Big|_{y=\alpha h} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{\partial v_2}{\partial y} \Big|_{y=\alpha h} ; \frac{u_1}{\nu} = \alpha h'(x);$$

$$h(x) = 1 + \eta x - \eta_1 \sin \omega x + \eta_2 \varphi(x); \quad \eta = \frac{tg \alpha}{h_0}; \quad \eta_1 = \frac{\alpha'}{h_0}; \quad \eta_2 = \frac{\tilde{\alpha}}{h_0};$$

$$M \frac{\partial u_{y'}}{\partial y^*} \Big|_{y^*=h_1(x)} = -\tilde{p}; \quad N \frac{\partial u_{x'}}{\partial y^*} \Big|_{y^*=h_1(x)} = \frac{\partial u_x}{\partial y} \Big|_{y^*=h_1(x)} ; \quad u_{y'} \Big|_{y^*=h_2(x)} = 0; \quad u_{x'} \Big|_{y^*=h_2(x)} = 0.$$

(3)

Для решения системы уравнений мы применим общеизвестный метод [10-11]:

$$v_i = \frac{\partial \psi_1}{\partial y} + V_i(x, y); \quad u_i = -\frac{\partial \psi_1}{\partial x} + U_i(x, y); \quad \psi_i = \tilde{\psi}_i(\xi); V_i(x, y) = \tilde{v}_i(\xi); \quad U_i(x, y) = -\tilde{u}_i(\xi) h'_x; \quad \xi = \frac{y}{h(x)};$$

$$h(x) = 1 + \eta x - \eta_1 \sin \omega x + \frac{\tilde{p}}{M};$$

$$\frac{dp_2}{dx} = \frac{\tilde{c}_1}{h^2(x)} + \frac{\tilde{c}_2}{h^3(x)}; \quad \frac{dp_1}{dx} = \frac{\tilde{c}_1}{h^2(x)} + \frac{\tilde{c}_2}{h^3(x)}. \quad (4)$$

Для гидродинамического давления получим выражение:

$$p_1 = \frac{\mu_2}{\mu_1} \left[ -\operatorname{Re}_2 \left( \frac{c_8 \alpha \eta}{2} J_1(x) + \frac{c_4 \alpha \eta (k+1)}{2} J_2(x) - \frac{c_8 \alpha \eta_1 \omega}{2} J_1^*(x) - \frac{c_4 \alpha \eta_1 (k+1)}{2} J_2^*(x) + \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{Re}_2 \frac{c_8 \alpha \eta}{2} \frac{J_1(1)}{J_3(1)} J_3(x) + \operatorname{Re}_2 \frac{c_4 \alpha \eta (k+1)}{2} \frac{J_2(1)}{J_3(1)} J_3(x) - \operatorname{Re}_2 \frac{c_8 \alpha \eta_1 \omega}{2} \frac{J_1^*(1)}{J_3(1)} J_3(x) - \operatorname{Re}_2 \frac{c_4 \alpha \eta_1 (k+1)}{2} \frac{J_2^*(1)}{J_3(1)} J_3(x) + \right. \\ \left. + \tilde{c}_1 J_2(1) - \tilde{c}_1 \frac{J_2(1)}{J_3(1)} J_3(x) \right] + c_{12}.$$

(5)

$$\text{Где } J_1(x) = x - \frac{\tilde{\eta} x^2}{2} - \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} \cos \omega x + \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega}; \quad J_2(x) = \left( x - \tilde{\eta} x^2 - \frac{2\tilde{\eta}_1}{\omega} \cos \omega x + \frac{2\tilde{\eta}_1}{\omega} \right) \frac{1}{\left( 1 + \frac{\tilde{p}}{M} \right)^2};$$

$$J_3(x) = \left( x - \frac{3}{2} \tilde{\eta} x^2 + \frac{3\tilde{\eta}_1}{\omega} \cos \omega x + \frac{3\tilde{\eta}_1}{\omega} \right).$$

Для несущей способности и силы трения будем иметь следующие выражения:

$$W = p^* l \int_0^1 (p_1 - \tilde{p}_g) dx = \frac{\mu_2}{\mu_1} \left[ \operatorname{Re}_2 \frac{\alpha \tilde{\eta}}{2} (c_4 + c_8) + \left( -\frac{\cos \omega}{\omega} + \frac{1}{\omega} - \frac{\sin}{2} \right) \right];$$

$$\tilde{c}_1 \left( \frac{\tilde{\eta}}{12} + \frac{\tilde{\eta}_1 \sin \omega}{\omega^2} - \frac{\tilde{\eta}_1 \cos \omega}{2 \omega} - \frac{1}{2} \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} \right) \frac{1}{\left( 1 + \frac{\tilde{p}}{M} \right)^2};$$

$$L_{TP} = \mu u^* l \int_0^1 \left[ \frac{\tilde{\psi}''(0)}{\left( 1 + \eta x - \eta_1 \sin \alpha + \frac{\tilde{p}}{M} \right)} + \frac{\tilde{v}'(0)}{\left( 1 + \eta x - \eta_1 \sin \alpha + \frac{\tilde{p}}{M} \right)} \right] dx = .$$

(6)

$$= \frac{1}{\left( 1 + \frac{\tilde{p}}{M} \right)^2} \left( 1 - \tilde{\eta} + \frac{2\tilde{\eta}_1}{\omega} \cos \omega \right) + \frac{1}{\left( 1 + \frac{\tilde{p}}{M} \right)} \left( 1 - \frac{\tilde{\eta}}{2} + \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} \cos \omega + \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} \right) c_6$$

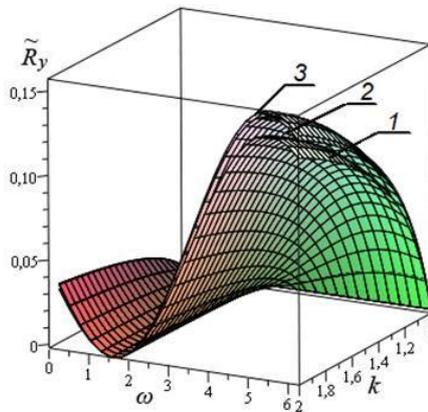


Рис. 2 – Зависимость несущей способности

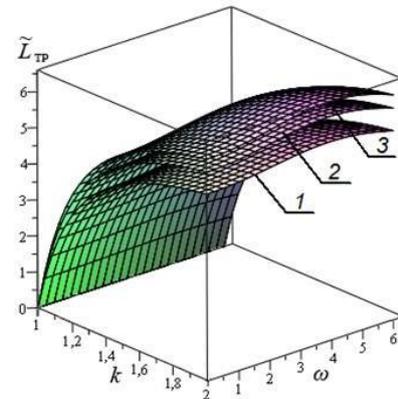


Рис. 3 – Зависимость силы трения

На рисунках 2 и 3 отображены зависимости несущей способности и силы трения от вязкостного отношения слоев и параметра, характеризующего адаптированный профиль опорной поверхности подшипника, соответственно, при упругогидродинамическом параметре  $M$ : 1)  $M = 200$ , 2)  $M = 800$ , 3)  $M = \infty$

## Вывод

Была разработана новая математическая модель клиновидной опоры скольжения с нестандартным упругодеформированным опорным профилем поверхности ползуна, при учете нелинейных факторов, в условиях течения двухслойной смазки, обеспечивающая эффективное смазывание и снижение износа рабочей поверхности. Анализ полученных расчетных моделей клиновидной опоры скольжения упругодеформированной, адаптированной к условиям трения, работающей на несжимаемом смазочном материале в условиях двухслойной стратификации и при учете нелинейных факторов, позволил установить следующие закономерности: при росте соотношения вязкости, стратифицированных слоев и параметров, определяющих профиль при значении 0,5 и упругодеформированного параметра  $M$ , имеет место экстремальное значение несущей способности. По условиям, при значении  $\alpha=0$  и  $\alpha=1$ , имеет место один слой смазки. При  $\alpha=0$  зазор заполнен более вязкой смазочной жидкостью, а при  $\alpha=1$  – менее вязкой. Важно отметить, что в случае  $\alpha=0$ , несущая способность значительно выше.

## Литература

1. Джайчибеков Н.Ж., Матвеев С.К., Сидоров Д.Г. Расчет стратифицированного двухфазного течения в трубе. // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2017. Т. 4, № 1. С. 131-135.
2. Taitel Y., Dukler A. E. A theoretical approach to the Lockhart-Martinelli correlation for stratified flow // Int. J. Multiphase Flow. 1976. Vol. 2. pp. 591-595.

3. Scott D. S. Properties of current gas-liquid flow // Chem. Engng. 1963. N 4. pp. 199-277.
  4. Schicht H. H. Flow patterns for an adiabatic flow of water and air within a horizontal tube // Verfahrenstechnik. 1969. N 3(4). pp. 153-161.
  5. Логвинов О.А. Линейная устойчивость стратифицированного течения двух вязких жидкостей // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2022. № 4. С. 55-62.
  6. Khomami B. Su K.C. An experimental/theoretical investigation of interfacial instabilities in superposed pressure driven channel flow of Newtonian and well-characterized viscoelastic fluids. Part I: Linear stability and encapsulation effects // Non-Newtonian Fluid Mech. 2009. 91. pp.59-84.
  7. Cao Q., Sarkar K., Prasad A.K. Direct numerical simulations of two-layer viscosity-stratified flow // Int. J. Mult. Flow. 2004. 30. pp. 1485-1508.
  8. Бачурина М.В., Казаков А.В., Труфанова Н.М. Математическое моделирование процесса стратифицированного течения расплавов полимеров в осесимметричной постановке // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2014. № 2. С. 102-124.
  9. Труфанова Н.М., Бачурина М.В., Бондаренко А.В. Исследование процесса трехслойного течения полимерных расплавов с помощью программного пакета ANSYS FLUENT // Научно-технический вестник Поволжья. 2015. № 4. С. 122-125.
  10. Ахвердиев К. С., Мукутадзе М. А., Александрова Е. Е., Эркенов А.Ч. Математическая модель стратифицированного течения двухслойной смазочной композиции в радиальном подшипнике с повышенной несущей способностью с учетом теплообмена // Вестник
-

Ростовского государственного университета путей сообщения. 2011. № 1(41). С. 160-165.

11. Мукутадзе, М. А. Стратификация смазочного материала в упорных подшипниках скольжения // Инженерный вестник Дона. 2015. № 1-1. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n1y2015/2735](http://ivdon.ru/magazine/archive/n1y2015/2735).

12. Хан Ч.Д. Реология в процессах переработки полимеров. - М.: Химия, 1979. 366 с.

13. Юрыгин П.П., Гуданов И.С., Гончаров Г.М., Ломов А.А. Математическое моделирование созкструзии длинномерных кольцевых изделий из резиновых смесей // Научно-технический вестник Поволжья. - Казань. 2013. № 2. С. 267-271.

14. Юрыгин П.П., Гуданов И.С., Гончаров Г.М., Ломов А.А. Метод численного расчёта стратифицированного течения вязкоупругих жидкостей в цилиндрических каналах // Научно-технический вестник Поволжья, 2013. № 2. С. 272-278.

15. Юрыгин П.П., Гуданов И.С., Гончаров Г.М., Лаврентьев Ю.Б. Экспериментальное исследование слоистого течения вязкоупругих жидкостей в цилиндрических каналах экструзионной головки// Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. – № 1. – С. 190-195.

### References

1. Dzhajchibekov N. ZH., Matveev S. K., Sidorov D. G. Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Astronomiya. 2017. №Т. 4, № 1. pp. 131-135.

2. Taitel Y., Dukler A. E. Int. J. Multiphase Flow. 1976. Vol. 2. pp. 591-595.



3. Scott D. S. Chem. Engng. 1963. N 4. pp. 199-277.
4. Schicht H. H. Verfahrrentchnik. 1969. N 3(4). pp. 153-161.
5. Logvinov O. A. Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. 2022. № 4. pp. 55-622022.
6. Khomami B., Su K.C. Non-Newtonian Fluid Mech. 2009. 91. pp. 59-84.
7. Cao Q., Sarkar K., Prasad A.K. Int. J. Mult. Flow. 2004. 30. pp. 1485-1508.
8. Bachurina M. V., Kazakov A. V., Trufanova N. M. Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika. 2014. № 2. pp. 102-124.
9. Trufanova N.M., Bachurina M.V., Bondarenko A.V. Nauchno-tekhnicheskij vestnik Povolzh'ya. 2015. № 4. pp. 122-125.
10. Ahverdiev K. S., Mukutadze M. A., Aleksandrova E. E., Erkenov A.CH. Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshcheniya. 2011. № 1(41). pp. 160-165.
11. Mukutadze M. A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2015. № 1-1. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n1y2015/2735](http://ivdon.ru/magazine/archive/n1y2015/2735)
12. Han CH.D. Reologiya v processah pererabotki polimerov. [Rheology in polymer processing]. M.: Himiya, 1979. 366 p.
13. YUrygin P.P., Gudanov I.S., Goncharov G.M., Lomov A.A. Nauchno-tekhnicheskij vestnik Povolzh'ya. Kazan'. 2013. № 2. pp. 267-271.
14. YUrygin P.P., Gudanov I.S., Goncharov G.M., Lomov A.A. Nauchno-tekhnicheskij vestnik Povolzh'ya, 2013. № 2. pp. 272-278.
15. YUrygin P.P., Gudanov I.S., Goncharov G.M. Lavrent'ev YU.B. Nauchno-tekhnicheskij vestnik Povolzh'ya. 2014. № 1. pp. 190-195.

**Дата поступления: 22.04.2024**

**Дата публикации: 1.06.2024**

---