

## Моделирование деятельности предприятия по производству асфальта и асфальтобетонной смеси

*Н.О. Поповян, А.Б. Усов*

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

**Аннотация:** В данной статье разрабатывается и исследуется математическая модель управления коммерческим предприятием, специализирующимся на производстве асфальта и асфальтобетонной смеси. Исследование основано на методах математического моделирования и теории управления. Предлагается система управления, организованная по принципу двухуровневой иерархии, включающая предприятие по производству асфальта и его клиентов-покупателей. Задача рассматривается численно для различных типов входных данных. Компания ООО "ФИРМА ПРОФИЛЬ" предоставила необходимую информацию для проведения расчетов. В статье приведен анализ полученных результатов и предложены практические рекомендации по улучшению управления указанным предприятием.

**Ключевые слова:** оптимальное управление, математическое моделирование, имитационное моделирование, модель предприятия, иерархическая система.

Эффективное функционирование промышленного предприятия зависит от принятия разнообразных управленческих решений, которые влияют на его результативность и прибыльность. Для принятия обоснованных решений и исключения ошибок в управлении предприятием необходимо использовать информационно-аналитические системы поддержки принятия решений (ИАС) [1, 2]. Такие системы, основанные на математическом моделировании и теории управления, помогают максимизировать прибыль и оптимизировать производственные процессы.

Математические модели оптимального управления в экономике и бизнесе - важный инструмент принятия решений. Работы Р. Беллмана, например [3], исследуют модели оптимального управления производством. В литературе также есть модели для управления ресурсами и капиталом в различных отраслях: отраслях: биоэнергетика [4], торговля [5], строительство [6], оборона [7]. Модели управления запасами на производстве [8] разнообразны: идеальные, детерминированные, стохастические. Цель работ [9, 10] – определение оптимальной стратегии развития предприятия.

Некоторые модели учитывают не только экономические, но и социальные [11, 12] и экологические факторы [13].

В [14-16] приведены основные концепции теории игр для построения математических моделей управления организационными системами. Авторы [17,18] рассматривают модели иерархических игр, методы финансовых и коммерческих операций, а также динамические системы, зависящие от воздействия клиента. Описаны алгоритмы построения равновесия и модели устойчивого развития предприятия. Разработан подход к формированию математической модели устойчивого развития предприятий с использованием различных показателей эффективности и устойчивости.

В данной статье в качестве промышленного предприятия предлагается организация, осуществляющая производство асфальта и асфальтобетонной смеси. Основным видом деятельности компании ООО ФИРМА "ПРОФИЛЬ", расположенной в Мясниковском районе Ростовской области, является "Строительство автомобильных дорог и автомагистралей". Предприятие располагается в сельской местности в районе с численностью населения около 50 тыс. человек, что ограничивает количество потенциальных потребителей.

Взаимодействие двух субъектов (компании и потребителей) представлено как двухуровневая иерархическая система, использование которой позволяет оптимизировать производственный процесс и улучшить качество услуг.

### **Описание математической модели**

Рассмотрим двухуровневую иерархическую модель отношений между двумя субъектами: предприятие как субъект верхнего уровня и клиенты как субъекты нижнего уровня.

Субъектом верхнего уровня (Ведущим) является асфальтобетонный завод. В данной модели ограничимся оптимизацией основной деятельности

---

предприятия, включающей следующие услуги: производство асфальтобетонной смеси; строительство дорог и асфальтобетонных покрытий; ремонт и восстановление асфальтобетонных покрытий.

Ведущий осуществляет продажу готовой асфальтобетонной смеси по стоимости  $c_s$  за единицу. Стремясь максимизировать значение своей целевой функции, отображающей прибыль производства, Ведущий управляет переменной  $\alpha > 1$ , которая представляет собой наценку на стоимость единицы смеси при укладке бригадой завода.

В роли Ведомого может выступать организация или частное лицо, которые планируют укладку асфальтного покрытия на определенной территории. Это могут быть строительные компании, желающие покрыть участок земли асфальтом, или местные органы власти, ответственные за дорожное покрытие в своем районе. Выбор проведения работ самостоятельно или с использованием услуг Ведущего зависит от Ведомого.

Для Ведомого важно получить качественное асфальтное покрытие по оптимальной цене, что может быть достигнуто через анализ рынка и выбор наиболее выгодных условий для приобретения материалов и услуг по укладке. Ведомый заранее определяет объем асфальтобетонной смеси  $V$ , который требуется для выполнения плана, исходя из площади участка, рекомендуемой толщины покрытия и расхода смеси на  $1 \text{ м}^2$ .

Однако на практике может возникнуть необходимость использовать разные типы, составы и толщины покрытия в зависимости от конкретных условий (ГОСТ Р 54401-2020 Дороги автомобильные общего пользования. Смеси литые асфальтобетонные дорожные горячие и асфальтобетон литой дорожный. Технические условия). Стоимость услуг устанавливается отдельно для каждого типа смеси, что приводит к классификации Ведомых по группам в зависимости от типа смеси. Для каждой группы необходимо

---

определить свой набор входных параметров и особенности управления со стороны Ведущего.

Ведомый стремится сократить свои издержки, которые включают в себя расходы на закупку и укладку асфальтобетонной смеси. При самостоятельном строительстве расходы Ведомого составляют:  $(1 - v) \cdot V \cdot (c_s + f + p_1 \cdot s_{p-t} + \delta)$ , где  $p_1$  – заработная плата дорожных работников,  $f_1$  – сопутствующие расходы на укладку  $1 \text{ м}^3$ ,  $s_{p-t}$  – количество наемных дорожных рабочих,  $\delta$  – расходы на поиск организацию строительства, поиск рабочих, аренду техники, контроль работы. При использовании услуг завода затраты Ведомого есть  $v \cdot V \cdot \alpha \cdot c_s$ .

Его целевая функция имеет вид:

$$Y_1 = v \cdot V \cdot \alpha \cdot c_s + (1 - v) \cdot V \cdot (c_s + f_1 + p_1 \cdot s_{p-t} + \delta) \rightarrow \min \quad (1) \quad \text{и}$$

рассматривается при следующих ограничениях на управления:  $0 \leq v \leq 1$  (2).

Ведущий стремится максимизировать свою прибыль. Его цель включает в себя расходы на производство, оплату труда работникам и доходы от предоставления услуг. Расходы на производство смеси [19] из сырья объемом  $r$  выражаются как:  $((D + c_r + F) \cdot r + R + P \cdot s_{f-t})$ , где  $D$  – затраты на транспортировку единицы сырья на предприятие,  $F$  – расходы на производство смеси,  $c_r$  – стоимость единицы сырья,  $r$  – объем сырья,  $R$  – средние затраты на ремонт оборудования,  $P$  – нормативная ставка заработной платы сотрудников, изготавливающих смесь, в количестве  $s_{f-t}$ .

Предприятие получает доход от продажи произведенной смеси  $(1 - v) \cdot V \cdot c_s$  и строительства асфальтового покрытия

$v \cdot V \cdot (\alpha \cdot c_s - f - p_b \cdot s_b)$ , где  $s_b$  – количество дорожных рабочих в бригаде,  $P_b$  – оклад дорожного рабочего,  $p_b$  – надбавка за укладку единицы смеси.

Целевая функция Ведущего определяется функцией:

$$Y_0 = - \left( (D + c_r + F) \cdot r + R + P \cdot s_{f-t} \right) - P_b \cdot s_b + (1 - v) \cdot V \cdot c_s + v \cdot V \cdot (\alpha \cdot c_s - f - p_b \cdot s_b) \rightarrow \max$$

(3) и рассматривается при ограничениях на управление  $\alpha > 1$  (4).

### Имитационное моделирование

Итак, решается задача (1) – (4). Будем считать, что предприятие осведомлено о ситуации на рынке, что позволяет считать целевую функцию Ведомого известной Ведущему. Ведущий выбирает свое управление первым и делает свой выбор на основе оценки входных данных. Ведомый выбирает свою стратегию поведения, когда выбор ведущего уже сделан и известен ведомому.

Алгоритм имитации:

1. Область допустимых управлений  $1 \leq \alpha \leq 1 + c_m + d + f_1 + p_1 \cdot s_{p-t} + \delta$  разбивается на  $n$  частей.
2. Для каждого  $\alpha_i$  область допустимых управлений (2) разбивается на  $m$  частей, среди которых осуществляется поиск  $v^*_i$ , в котором достигается максимальное значение  $Y_1$  при  $\alpha = \alpha_j$ . Однако если  $Y_1(\alpha_i, v^*_i)$  превышает затраты при покупке смеси у конкурентов, сделка не осуществляется.
3. Далее среди полученных  $(\alpha_i, v^*_i)$  ищется равновесие, при котором значение функции Ведущего принимает наибольшее значение. Данное множество  $(\alpha^*, v^*)$  и будет являться равновесием системы.

### Пример.

Рассмотрим модель (1) - (4). Зафиксируем тип смеси и остальные параметры, не зависящие от клиентов:

Тип смеси: Мелкозернистый плотный, Тип А марка I,  $V = 50$  т,  
 $c_r = 1800 \frac{\text{руб.}}{\text{т}}$ ,  $f = 500$  руб.,  $s_{f-t} = s_b = 4$ ,  $D = 300$  руб.,  $F = 100$  руб.,  
 $R = 20$  руб.,  $P = 200$  руб.,  $p_b = 300$  руб.,  $P_b = 14000$  руб..

Результаты вычислительных экспериментов представлены в Таблице 1. Часть входных параметров, описанная выше, не изменялась. Столбцы  $V$ ,  $c_m + d$ ,  $\Delta$  и  $c_s$  являются также входными параметрами, но изменяющимися в разных экспериментах. В результате экспериментов получены  $v$  и  $Y$  – значения стратегии и выигрыша Ведомого.  $Y_0$  – суммарный выигрыш Ведущего по цене  $c_s$  и наценке на дополнительные услуги  $\alpha$ .

Результаты показывают, что при  $c_s \geq c_m + d$  целевая функция Ведущего практически не изменяется, а значение стратегии Центра резко снижается относительно случая  $c_s < c_m + d$  при тех же входных параметрах.

Это демонстрирует возможности увеличения стоимости смеси, однако при переходе порогового значения, снижается целесообразности оказывания услуг по строительству дорог и содержания собственной бригады рабочих. СППР, предлагающая подобные расчеты, может стать основой для принятия решения о перечне и стоимости предлагаемых услуг руководством производства.

Таблица 1

Результаты имитационного исследования

$c_m + d$ , (руб./т)	$\Delta$ , (р/т)	$c_s$ , (руб./т)	$\nu$	$Y_1$ , (р)	$\alpha$	$Y_0$ , (руб.)
3000	3000	3500	1	383517	2.19	268897
3000	3000	4000	1	384510	1.92	269890
3000	3000	4500	1	383275	1.70	268655
3000	3300	3500	1	399260	2.28	284490
3000	3300	4000	1	398520	2.00	283750
3000	3300	4500	1	399018	1.78	284248
3000	3600	3500	1	413270	2.36	298350
3000	3600	4000	1	414510	2.06	299590
3000	3600	4500	1	414760	1.84	299840
3500	3000	3500	1	409505	2.34	294885
3500	3000	4000	1	408270	2.04	293650
3500	3000	4500	1	407778	1.81	293158
3500	3300	3500	1	423515	2.42	308745
3500	3300	4000	1	424260	2.12	309490
3500	3300	4500	1	423520	1.88	308750
3500	3600	3500	1	439257	2.51	324337
3500	3600	4000	1	438270	2.19	323350
3500	3600	4500	1	439263	1.95	324343
4000	3000	3500	1	409505	2.34	294885
4000	3000	4000	1	434010	1.17	319390
4000	3000	4500	1	434508	1.93	319888
4000	3300	3500	1	423515	2.42	308745
4000	3300	4000	1	448020	2.24	333250
4000	3300	4500	1	448023	1.99	333253

## Заключение

В статье исследуется иерархическая двухуровневая модель взаимодействия между промышленным предприятием и клиентами, где учитывается стоимость производства асфальтобетонной смеси, ее укладки, а также наценка Ведущего. Эта математическая модель позволяет определить оптимальную стоимость услуг для Ведомого, учитывая все затраты Ведущего и желаемую прибыль. Прогноз влияния входных параметров на оптимальные стратегии, выигрыши и состояние системы основан на решениях, полученных аналитическим и имитационными методами.

Результаты исследования были переданы компании ООО "ФИРМА ПРОФИЛЬ" с целью поддержки принятия решений и внедрения рекомендаций. Модель учитывает изменения на рынке и в конкурентной среде, что позволит компании более точно предсказывать поведение клиентов.

## Литература

1. Аксенов К.А., Гончарова Н.В. Моделирование и принятие решений в организационно-технических системах: учебное пособие. В 2 ч. Ч. 1 – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2015. — 104 с.
2. Угольницкий Г.А., Усов А.Б. Информационно-аналитические системы управления качеством водных ресурсов// Водные ресурсы. 2008. Т. 35, № 5. С. 625 – 631.
3. Беллман Р., Динамическое программирование / Р. Беллман - М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – 400 с.
4. Нескорородева Т. В., Рябченко А.А. Оптимальное управление финансированием производства на предприятиях биоэнергетической отрасли // Естественные и математические науки в современном мире. 2013. №12. С. 67-76

5. Добренко М. А., Гуц А. К. Математическая модель и оптимальное управление ценовой политикой торгового предприятия // МСМ. 2002. Вып. 10. С. 65-76
  6. Щербинко А. В., Допира А. Р., Столяров Д. О. Оптимальное управление финансовыми ресурсами ремонтного предприятия // Программные продукты и системы. 2009. №1. С. 131-132
  7. Арепин Ю. И. Экономические механизмы управления серийным производством в оборонной промышленности // Программные продукты и системы. 2009. №1. С. 155-159
  8. Макаров В.М. Модели и методы производственного менеджмента и логистики. Управление запасами: Практикум. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. 59 с.
  9. Касаткина Е. В., Вавилова Д. Д. Математическая модель оптимального развития экономики предприятия // Статистика и экономика. 2020. №2. С. 72-81
  10. Нинидзе Д.Л., Усов А.Б. Согласования частных и общественных интересов при внедрении инноваций в случае нескольких агентов // Инженерный вестник Дона. 2020. №5. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2020/6443](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2020/6443)
  11. Алтухов П. Л. Алгоритм оптимального управления человеческими ресурсами предприятия // Вестник ОГУ. 2005. С. 29-32
  12. Тарасенко Л.В., Угольницкий Г.А., Дьяченко В.К. Модели кооперации в системе социального партнерства // Инженерный вестник Дона. 2013. №1. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1555](http://ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1555).
  13. Поповян Н.О., Усов А.Б. Моделирование системы контроля качества речной воды В сборнике: Моделирование и наукоемкие информационные технологии в технических и социально-экономических
-

системах. труды V Международной научно-практической конференции. Новокузнецк, 2021. С. 378-383.

14. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. Издание 2, М.: 2005, С. 117-135.

15. Воронин А. А., Губко М. В., Мишин С. П., Новиков Д. А. Математические модели организаций: Учебное пособие. — М.: ЛЕНАНД, 2008, С. 90-118, 218-250.

16. Фомин Г. П. Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности: учебник / М.: Издательство Юрайт, 2013. — 462 с.

17. Dockner, E., S. Jorgensen, N.V. Long and G. Sorger, 2000. Differential Games in Economics and Management Science. Cambridge University Press

18. Van Long Ngo. A Survey of Dynamic Games in Economics. World Scientific. Singapore.2010. 292 pp.

19. Царенкова И.М. Калькулирование себестоимости продукции производственных предприятий дорожной отрасли : учеб.-метод. пособие для курсового и дипломного проектирования // М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2010. –51 с.

### References

1. Aksenov K.A., Goncharova N.V. Modelirovanie i prinjatie reshenij v organizacionno-tehnicheskikh sistemah: uchebnoe posobie. V 2 ch. Ch. 1 [Modeling and decision making in organizational and technical systems: a tutorial]. Ekaterinburg: Izd-vo Ural. un-ta, 2015. 104 p.

2. Ugol'nickij G.A., Usov A.B. Vodnye resursy. 2008. T. 35, № 5. pp. 625–631.

3. Bellman R., Dinamicheskoe programmirovaniye [Dynamic programming] / R. Bellman - Moskva: Izd-vo inostr. lit., 1960. 400 p.

4. Neskorocheva T. V., Rjabchenko A.A. Estestvennyye i matematicheskie nauki v sovremennom mire. 2013. №12. pp. 67-76.
  5. Dobrenko M. A., Guc A. K. MSiM. 2002. №2. pp. 65-76.
  6. Shherbinko A. V., Dopira A. R., Stoljarov D. O. Programmnye produkty i sistemy. 2009. №1. pp. 131-132.
  7. Arepin Ju. I. Programmnye produkty i sistemy. 2009. №1. pp. 155-159.
  8. Makarov V.M. Modeli i metody proizvodstvennogo menedzhmenta i logistiki. Upravlenie zapasami: Praktikum [Models and methods of production management and logistics. Inventory management: Workshop]. SPb.: Izd-vo SPbGPU, 2003. 59 p.
  9. Kasatkina E. V., Vavilova D. D. Statistika i jekonomika. 2020. №2. pp. 72-81
  10. Ninidze D.L., Usov A.B. Inzhenernyj vestnik Dona. 2020. №5. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2020/6443](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2020/6443).
  11. Altuhov P. L. Vestnik OGU. 2005. pp. 29-32.
  12. Tarasenko L.V., Ugol'nickij G.A., D'jachenko V.K. Inzhenernyj vestnik Dona. 2013. №1. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1555](http://ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1555).
  13. Popovjan N.O., Usov A.B. Modelirovanie i naukoemkie informacionnye tehnologii v tehniceskikh i social'no-jekonomicheskikh sistemah. trudy V Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii. Novokuzneck, 2021. pp. 378-383.
  14. Gubko M.V., Novikov D.A. Teorija igr v upravlenii organizacionnymi sistemami. Izdanie 2 [Game theory in the management of organizational systems]. Moskva: 2005, pp. 117-135.
  15. Voronin A. A., Gubko M. V., Mishin S. P., Novikov D. A. Matematicheskie modeli organizacij: Uchebnoe posobie [Mathematical models of organizations: Textbook]. Moskva: LENAND, 2008, pp. 90-118, 218-250.
-



16. Fomin G. P. Jekonomiko-matematicheskie metody i modeli v kommercheskoj dejatel'nosti: uchebnik [Economic and mathematical methods and models in commercial activities: textbook]. Moskva: Izdatel'stvo Jurajt, 2013. 462 p.
17. Dockner, E., S. Jorgensen, N.V. Long and G. Sorger, 2000. Differential Games in Economics and Management Science. Cambridge University Press.
18. Van Long Ngo. A Survey of Dynamic Games in Economics. World Scientific. Singapore.2010. 292 p.
19. Carenkova I.M. Kal'kulirovanie sebestoimosti produkcii proizvodstvennyh predpriyatij dorozhnoj otrasli: ucheb.-metod. posobie dlja kursovogo i diplomnogo proektirovanija [Calculation of the cost of production of manufacturing enterprises in the road industry: educational method. manual for coursework and diploma design]. M-vo obrazovanija Resp. Belarus', Belarus. gos. un-t transp. Gomel' : BelGUT. 2010. 51 p.

**Дата поступления: 20.04.2024**

**Дата публикации: 28.05.2024**