

## Сравнительный анализ результатов расчета гибких внецентренно сжатых железобетонных колонн по нелинейной деформационной модели

*И.К. Манаенков*

*Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет*

**Аннотация:** В актуальной редакции основного нормативного документа для проектирования железобетонных конструкций (СП 63.13330.2018) нелинейная деформационная модель (НДМ) позиционируется как основной метод расчета по нормальным сечениям. При этом долгое время расчеты по НДМ применялись, в основном, в научных работах и для нестандартных случаев наиболее квалифицированными инженерами. А в массовой инженерной практике такие расчеты распространены не более двух десятилетий. И до сих пор имеется ряд вопросов, которые не в полной мере определены в нормативных документах. В этой связи актуальны дальнейшие исследования, связанные с расчетом конструкций по НДМ и подтверждением результатов сравнением с экспериментальными данными. В статье проведен ряд расчетов для оценки влияния формы диаграммы деформирования бетона на результаты расчета по НДМ несущей способности и деформаций гибких внецентренно сжатых железобетонных элементов. Выполнено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** нелинейная деформационная модель, диаграмма состояния, внецентренно сжатый элемент, гибкость.

### Введение

Современные объекты промышленного и гражданского строительства требуют от инженера-конструктора, проектирующего железобетонные конструкции, гибкого подхода к назначению формы поперечного сечения и вариантов армирования. Такие конструкции обеспечивают необходимую прочность и жесткость, одновременно позволяя подчеркнуть архитектурную идею здания. Для стержневых элементов эти и ряд других задач позволяет решать методика расчета по нелинейной деформационной модели (НДМ) [1]. Становится возможным использовать единый подход при выполнении расчетов по первой и второй группам предельных состояний [2,3]; учитывать изменение прочностных и деформационных характеристик при объемной работе бетона [4,5]; учитывать различную скорость нагружения [6,7];

---

учитывать влияние температурного режима [8,9]; учитывать различные варианты косвенного [10,11] и фибрового армирования [12,13].

В последних редакциях основного нормативного документа для проектирования железобетонных конструкций (СП 63.13330.2018) НДМ позиционируется как основной метод расчета по нормальным сечениям, а метод расчета по предельным усилиям оставлен как допустимый для наиболее простых форм поперечного сечения и вариантов армирования. При этом объем запроектированных по предельным усилиям конструкций огромен и охватывает многие десятилетия, а по НДМ конструкции в инженерной практике более-менее массово рассчитываются не более двух десятилетий и остается ряд аспектов расчетной методики, которые требуют проверки и уточнения [14,15] в особенности при необходимости вписать данную методику в рамки теории предельных состояний [16,17].

С учетом вышесказанного, в статье была поставлена цель оценить влияние формы диаграммы деформирования бетона на результаты расчета по НДМ несущей способности и деформаций гибких внецентренно сжатых железобетонных элементов и сравнить с экспериментальными данными.

### Материалы и методы

При выполнении расчета по НДМ сечение железобетонного элемента разбивают на относительно малые участки (Рис. 1). Для каждого участка определяют материал, площадь и координаты центра тяжести.

Суммируя по всему сечению, вычисляют жесткостные характеристики:  $D_{11}$ ,  $D_{12}$  – изгибные жесткости в плоскостях  $XOZ$  и  $YOZ$ ;  $D_{12}$  – жесткость взаимного влияния изгиба в плоскостях  $XOZ$  и  $YOZ$ ;  $D_{13}$ ,  $D_{23}$  – жесткости влияния нормальной силы на изгиб и изгибающих моментов на удлинение оси  $Z$  вследствие несовпадения оси  $Z$  с физической осью элемента;  $D_{33}$  – осевая жесткость. Формируется система уравнений (1):

---

$$\left. \begin{aligned} M_x &= D_{11} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{12} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{13} \cdot \varepsilon_0; \\ M_y &= D_{12} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{22} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{23} \cdot \varepsilon_0; \\ N &= D_{13} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{23} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{23} \cdot \varepsilon_0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

которая решается относительно кривизн  $1/r_x$  и  $1/r_y$  и деформаций  $\varepsilon_0$ .

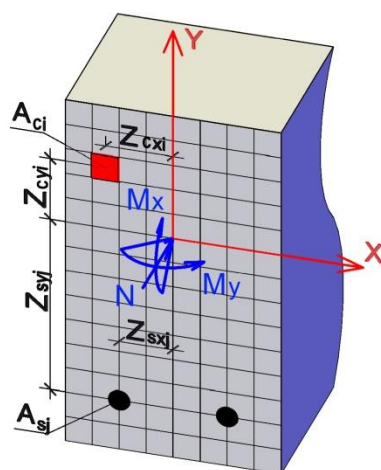


Рис. 1. – Расчетная схема нормального сечения

Расчет выполняется методом последовательных приближений. На первом этапе жесткости считаются в предположении упругой работы материалов, т.е. предполагая линейную зависимость  $\sigma$ – $\varepsilon$ . Затем с учетом вычисленных значений  $1/r_x$ ,  $1/r_y$  и  $\varepsilon_0$  определяются относительные деформации материалов в центрах тяжести участков разбиения сечения и уже с учетом принятых нелинейных диаграмм деформирования материалов пересчитывают распределение напряжений по сечению. В рамках участка разбиения напряжения и деформации материала считаются постоянными. После этого пересчитывают жесткости и вновь решают систему уравнений (1). Описанные шаги повторяют до тех пор, пока не будет получена приемлемая разница результатов решения системы (1) на текущем и предшествующем шаге.

Если говорить о расчете внецентренно сжатых элементов, то при их нагружении возникают деформации, которые приводят к увеличению эксцентриситета продольной нагрузки и, как следствие, росту изгибающего момента [18]. СП 63.13330.2018 предписывает учитывать это влияние при гибкости элемента  $\lambda = l_0/i > 14$ . Инженерная методика расчета выводится для элемента с шарнирным закреплением торцов, а случаи с другими закреплениями приводят к нему через расчетную длину  $l_0$ . Форму деформирования такого стержня принимают в виде синусоиды (Рис. 2).

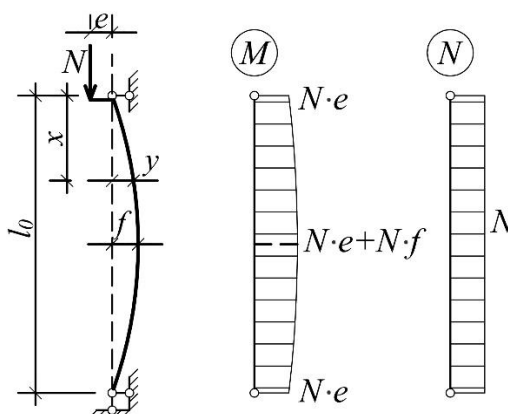


Рис. 2. – Влияние прогиба на величину изгибающего момента

Увеличения значения изгибающего момента учитывается коэффициентом  $\eta$ :

$$M = M_0 \eta, \tag{2}$$

где  $M_0 = N \cdot e$ ,

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N l_0^2}{\pi^2 D}} = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}},$$

здесь  $D$  – изгибная жесткость элемента.

При расчете внецентренно сжатых железобетонных элементов по НДМ проблема заключается в том, что на начальном этапе мы не знаем распределение деформаций по сечению, а, следовательно, и изгибную жесткость, но нам уже необходимо задать изгибающий момент  $M$  с учетом дополнительного эксцентриситета. Для этого, согласно нормативной

методике, предлагается считать изгибную жесткость по приближенной формуле (3), аналогично тому, как это делается для метода предельных усилий:

$$D = k_b E_b I + k_s E_s I_s, \quad (3)$$

где  $k_s = 0,7$ ;  $k_b = \frac{0,15}{\varphi_1(0,3 + \delta_\varepsilon)}$ ;  $\delta_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{h}$ .

После выполнения расчетов по НДМ и определения распределения напряжений и деформаций по сечению элемента с учетом принятых диаграмм деформирования возможно уточнить жесткость, кривизну элемента и пересчитать прогиб.

### Результаты и анализ

Были проанализированы экспериментальные данные из диссертационных исследований В.Н. Аксенова, А.А. Малькова и К.В. Петровой. Из них выбирались внецентренно сжатые образцы с гибкостью  $\lambda > 14$ , выполнялся расчет по НДМ при разных формах диаграмм  $\sigma$ – $\varepsilon$  бетона (Рис.3) и результаты сравнивались с экспериментальными значениями. Для арматуры во всех образцах принята двухлинейная диаграмма.

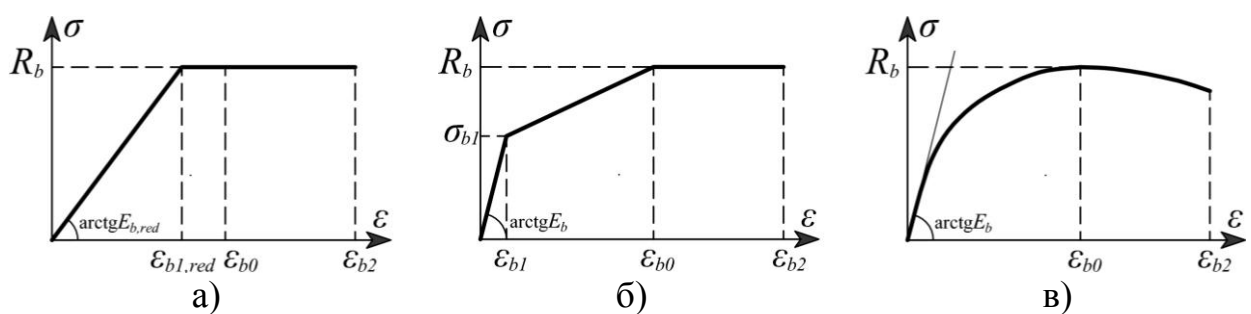


Рис. 3. – Диаграммы состояния сжатого бетона: а) двухлинейная;

б) трехлинейная; в) криволинейная

Параметры бетона опытных образцов и результаты сравнения несущей способности по продольной силе  $N$  представлены в таблицах 1-2. Разница определялась по формуле  $\Delta = \frac{N_{рас.} - N_{экс.}}{N_{экс.}} \cdot 100\%$ , где  $N_{рас.}$  – несущая

способность, полученная по результатам расчета по НДМ;  $N_{экс.}$  – несущая способность, полученная экспериментально. Сравнение итоговых расчетных прогибов с экспериментальными при максимальной нагрузке представлено в таблице 3.

Таблица № 1

## Параметры опытных образцов

Марка образца	$E_b$ , МПа	$R_b$ , кН	Арматура	$N_{экс.}$ , кН	$M_{экс.}$ , кНм	$e$ , мм
К-4	52700	89,0	Ø12	950,0	22,8	24,0
40А47.5	24300	20,6	Ø10	128,6	6,1	47,5
40В20	24300	19,8	Ø10	191,2	3,8	20,0
40С47.5	24300	20,6	Ø10	136,0	6,4	24,0
К 1-1	30300	32,0	Ø18	150,0	52,5	350,0
К1-2	30300	33,9	Ø18	149,0	52,5	352,5
К1-3	30300	34,0	Ø30	448,0	157,9	352,5
К1-4	30300	35,7	Ø30	474,0	165,9	350,0
К2-1	27600	25,6	Ø16	137,7	47,5	345,0
К2-2	27600	25,6	Ø16	146,1	50,4	345,0
К2-3	27600	25,6	Ø16	131,1	46,2	352,5
К2-4	27600	25,6	Ø16	151,1	51,5	341,0
К3-1	32000	32,8	Ø18	440,2	80,1	182,0
К3-2	32000	32,8	Ø18	503,0	87,5	174,0
К3-3	32000	32,8	Ø30	601,1	174,3	290,0
К3-4	32000	32,8	Ø30	623,0	180,4	289,0
К3-5	32000	32,8	Ø16	511,1	88,4	173,0
К3-6	32000	32,8	Ø16	481,2	84,0	174,5
К4-1	30300	29,6	Ø30	489,2	155,6	318,0
К4-2	30300	29,6	Ø30	541,1	168,8	312,0
К4-3	31600	34,8	Ø14	745,1	107,3	144,0
К4-4	39500	34,8	Ø14	767,9	111,4	145,0
К4-5	32900	36,0	Ø16	1349,0	147,0	109,0
К4-6	32900	36,0	Ø16	1251,6	140,2	112,0

В процессе выполнения расчетов было выявлено что при определенных соотношениях начального модуля упругости бетона и призмочной прочности невозможно корректно построить криволинейную диаграмму  $\sigma$ – $\varepsilon$  по методике СП 63.13330.2018, так как на полученных диаграммах значения относительных деформаций вершины диаграммы и предельной сжимаемости явно не соответствовали нормативным значениям  $\varepsilon_{c0} = 0,002$  и  $\varepsilon_{c2} = 0,0035$ . Такая ситуация возникла для образцов 40А47.5, 40В20 и 40С47.5. Поэтому для них в качестве криволинейной была использована диаграмма из работы Г.В. Мурашкина [19]:

$$\sigma(\varepsilon) = \alpha \cdot \varepsilon^\beta \cdot e^{\left(\frac{-\beta \cdot \varepsilon}{p}\right)}, \quad (4)$$

где  $p$  – относительная деформация бетона при достижении максимальных напряжений  $R$ ;  $\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты, определяемые из условия  $\sigma(\varepsilon)=R$  и при  $0,1R$  тангенс угла наклона касательной к кривой деформирования равен начальному модулю упругости бетона.

В исследованиях [19,20] подтверждается что данная диаграмма наиболее близка к криволинейной диаграмме из СП 63.13330.2018 как по значениям в отдельных точках, так и по энергозатратам на разрушение материала, определяемым площадью фигуры под графиком  $\sigma$ – $\varepsilon$ .

Таблица № 2

Результаты расчета несущей способности

Марка образца	$N_{рас.}^{дв.л.}$ , кН	$\Delta$ , %	$N_{рас.}^{тр.л.}$ , кН	$\Delta$ , %	$N_{рас.}^{кр.л.}$ , кН	$\Delta$ , %
К-4	899,0	-5,4	891,0	-6,2	870,7	-8,3
40А47.5	106,1	-17,5	105,0	-18,4	105,0	-18,4
40В20	172,0	-10,0	170,0	-11,1	164,5	-13,9
40С47.5	109,0	-19,9	108,2	-20,4	112,0	-17,7
К 1-1	155,5	3,7	156,1	4,1	155,1	3,4
К1-2	154,8	3,9	154,3	3,6	154,1	3,4
К1-3	397,0	-11,4	395,5	-11,7	395,0	-11,8
К1-4	400,5	-15,5	398,4	-15,9	403,0	-14,9
К2-1	154,9	12,5	154,4	12,1	154,0	11,8
К2-2	154,9	6,0	154,4	5,7	158,0	8,2
К2-3	148,0	12,9	147,8	12,7	149,5	14,0
К2-4	161,0	6,6	160,0	5,9	157,0	3,9
К3-1	490,1	11,3	487,0	10,6	475,0	7,9
К3-2	531,5	5,7	525,0	4,4	512,0	1,8
К3-3	510,0	-15,2	507,0	-15,7	490,0	-18,5
К3-4	511,0	-17,9	508,0	-18,5	491,0	-21,2
К3-5	534,0	4,5	525,7	2,9	510,0	-0,2
К3-6	524,7	9,0	518,0	7,7	505,0	4,9
К4-1	447,5	-8,5	445,0	-9,0	422,0	-13,7
К4-2	458,5	-15,3	455,0	-15,9	432,0	-20,2
К4-3	650,0	-12,7	638,9	-14,3	605,0	-18,8
К4-4	642,5	-16,3	631,9	-17,7	634,0	-17,4
К4-5	1086,0	-19,5	1063,0	-21,2	1030,0	-23,7
К4-6	1049,4	-16,2	1032,2	-17,5	1000,0	-20,1
		$\bar{\Delta} = -5,2$		$\bar{\Delta} = -6,0$		$\bar{\Delta} = -7,5$

По результатам анализа несущей способности установлено что для рассмотренных образцов среднее отклонение от экспериментальных данных

составляет от -5,2% до -7,5% в зависимости от формы принятой диаграммы. Наибольшая по абсолютной величине разница составила -23,7%. Знак минус означает что разница идет в запас несущей способности. Наибольшее завышение расчетной несущей способности составило 14%. Данные результаты свидетельствуют о том, что НДМ с достаточной точностью позволяет оценивать несущую способность внецентренно сжатых элементов и форма принятой диаграммы незначительно влияет на результаты расчета.

Таблица № 3

Результаты расчета прогибов

Марка образца	$f_{экс.}$ , мм	$f_{рас.}^{ов.л.}$ , мм	$\Delta$ , %	$f_{рас.}^{тр.л.}$ , мм	$\Delta$ , %	$f_{рас.}^{кр.л.}$ , мм	$\Delta$ , %
К-4	25,0	15,4	-38,5	15,0	-39,8	15,2	-39,4
40А47.5	6,9	5,3	-22,7	5,2	-25,1	5,3	-22,8
40В20	6,7	3,2	-51,7	2,8	-57,9	2,7	-59,4
40С47.5	6,8	2,9	-57,2	2,8	-58,2	2,9	-56,9
К 1-1	9,7	8,5	-12,1	7,4	-23,5	8,5	-12,7
К1-2	7,9	8,5	8,2	7,3	-8,1	8,0	0,9
К1-3	10,6	14,8	39,6	11,7	10,4	12,5	17,5
К1-4	10,0	12,6	25,7	11,6	16,0	12,0	19,7
К2-1	16,0	8,9	-44,4	8,4	-47,6	7,5	-53,2
К2-2	16,0	11,8	-26,5	6,8	-57,3	8,4	-47,4
К2-3	17,3	9,2	-46,8	6,4	-62,9	9,5	-44,9
К2-4	16,0	8,7	-45,9	6,3	-60,9	8,5	-46,9
К3-1	13,7	13,7	-0,1	7,9	-42,2	8,8	-35,9
К3-2	12,8	14,0	9,1	7,9	-38,0	8,7	-31,8
К3-3	16,8	11,4	-32,0	11,3	-32,6	12,0	-28,4
К3-4	19,3	11,4	-40,9	11,3	-41,4	12,0	-37,7
К3-5	12,8	14,9	16,7	7,6	-40,5	8,0	-37,4
К3-6	12,0	14,8	23,7	7,7	-35,9	8,2	-31,3
К4-1	13,6	17,7	30,2	11,2	-17,3	11,5	-15,3
К4-2	16,0	17,7	10,8	11,2	-29,8	11,9	-25,5
К4-3	12,0	14,7	22,9	7,4	-38,3	8,2	-31,7
К4-4	14,0	14,7	5,1	7,5	-46,5	7,5	-46,5
К4-5	9,0	9,8	9,0	9,4	4,5	9,6	7,1
К4-6	9,8	9,6	-2,3	9,5	-3,0	9,7	-0,8
			$\bar{\Delta} = -9,3$		$\bar{\Delta} = -32,3$		$\bar{\Delta} = -27,5$

По результатам анализа прогибов по многим образцам получены значительные расхождения расчетных и экспериментальных значений. Наибольшая разница достигла -62,9%. Тут можно заметить, что при расчете деформаций железобетонных элементов по отдельным образцам достаточно часто получаются большие расхождения с экспериментальными данными. И



даже у авторов в рассматриваемых диссертационных исследованиях этот факт отмечается. Но и если посмотреть на среднюю разницу, то для трехлинейной и криволинейной диаграмм она составляет -32,3% и -27,5% соответственно, что не может считаться приемлемым результатом. При этом по двухлинейной диаграмме получена удовлетворительная средняя разница -9,3%.

Полученное отличие результатов расчета по двухлинейной диаграмме относительно двух других форм можно объяснить тем что начальный модуль  $E_{b,red}$  упругости при ее построении снижается  $E_{b,red} = \frac{R_b}{\varepsilon_{b1,red}} < E_b$ , что, как видно из таблицы 3, существенно сказывается на результатах расчета прогибов.

### Заключение

На основании выполненных расчетов можно сделать следующие выводы:

1) По результатам расчета несущей способности средняя разница расчетных значений относительно экспериментальных данных составила от -5,2% до -7,5%.

2) По результатам расчета прогибов средняя разница расчетных значений относительно экспериментальных данных для трехлинейной и криволинейной диаграмм составила -32,3% и -27,5% соответственно, что не может считаться приемлемым результатом.

3) По результатам расчета прогибов средняя разница расчетных значений относительно экспериментальных данных для двухлинейной диаграммы составила -9,3%, что является удовлетворительным результатом. Данная форма диаграммы может рекомендоваться для оценки деформаций внецентренно сжатых элементов.

## Литература

1. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К оценке прочности, жесткости, момента образования трещин и их раскрытия в зоне чистого изгиба железобетонных балок с применением нелинейной деформационной модели // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2016. № 3 (687). С. 5-12.
  2. Tamrazyan A.G., Chernik V.I., Matseevich T.A., Manaenkov I.K. Analytical model of deformation of reinforced concrete columns based on fracture mechanics // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2022. Vol. 18. № 6. Pp. 573-583.
  3. Суворов А.А., Филатов В.Б. Аналитическое описание траектории наклонной трещины на основе нелинейной деформационной модели // Градостроительство и архитектура. 2017. Т. 7. № 3 (28). С. 14-18.
  4. Krishan A.L., Rimshin V.I., Troshkina E.A. Deformability of volume-compressed concrete core of concrete filled steel tube columns. IOP Conference Series Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 753. No. 2. P. 022053.
  5. Mohammadi M., Wu Y.F. Triaxial test for concrete under non-uniform passive confinement. Constr. Build. Mater. 2017. Vol. 138. Pp. 455-468.
  6. Fedorova N., Medyankin M., Fedorov S., Strength of heavy concrete during static-dynamic deformation. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2021. Vol. 1030. No. 1. P. 012046
  7. Плевков В.С., Белов В.В., Балдин И.В., Невский А.В. Модели нелинейного деформирования углеродофибробетона при статическом и кратковременном динамическом воздействиях // Вестник гражданских инженеров. 2016. № 3 (56). С. 72-82.
  8. Истомин А.Д., Петрова В.А. Влияние отрицательных температур на прочность и деформативность железобетонного элемента // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 4. № 4. С. 3-12.
-

9. Трекин Н.Н., Онана Онана Ж. Использование деформационной модели для определения трещиностойкости изгибаемых элементов с учетом повышенных температур // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 6. С. 34-38.

10. Krishan A.L., Narkevich M.Yu., Sagadatov A.I., Rimshin V.I. The strength of short compressed concrete elements in a fiberglass shell // Magazine of Civil Engineering. 2020. № 2 (94). Pp. 3-10.

11. Тамразян А.Г., Черник В.И. Диаграмма деформирования бетона, ограниченного дискретной композитной обоймой // Промышленное и гражданское строительство. 2020. № 8. С. 43-53.

12. Chang W., Hao M.J., Zheng W.Z. Compressive behavior of UHPC confined by both spiral stirrups and carbon fiber-reinforced polymer (CFRP). Construction and Building Materials. 2020. Vol. 230. No. 1. P. 117007.

13. Folino P., Ripani M., Xargay H., Rocca N. Comprehensive analysis of fiber reinforced concrete beams with conventional reinforcement. Engineering Structures. 2020. Vol. 202. P. 109862.

14. Манаенков И.К., Захарова Е.А. Внецентренно сжатые железобетонные колонны: особенности учета продольного изгиба в инженерных расчетах // Вестник евразийской науки. 2023. Т. 15. № 1. URL: [esj.today/PDF/57SAVN123.pdf](http://esj.today/PDF/57SAVN123.pdf)

15. Мурадян В.А. Степень реализации диаграммы деформирования бетона во внецентренно сжатых стойках // Инженерный вестник Дона. 2013. № 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1847](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1847)

16. Манаенков И.К., Курнавина С.О. Построение диаграммы сжатия для бетона с косвенным армированием в рамках теории предельных состояний // Строительство и реконструкция. 2022. № 1 (99). С. 40-47.

17. Manaenkov I., Savin S. Numerical analysis of the ultimate compressibility of concrete with indirect reinforcement for plotting a stress-strain diagram. IOP

---

Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021. Vol. 1030. No. 1. P. 012090.

18. Георгиев С.В., Соловьёва А.И., Беккиев М.Ю. К методике расчета по прочности железобетонных гибких внецентренно сжатых стоек // Инженерный вестник Дона. 2022. № 12. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2022/8083.

19. Мурашкин Г.В., Мурашкин В.Г., Панфилов Д.А. Описание диаграмм деформирования бетона в отечественных и зарубежных нормах // Вестник ВРО РААСН. 2011. №14. С.144-150.

20. Радайкин О.В. Сравнительный анализ различных диаграмм деформирования бетона по критерию энергозатрат на деформирование и разрушение // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 10. С. 29-39.

### References

1. Karpenko N.I., Sokolov B.S., Radajkin O.V. Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Stroitel'stvo. 2016. № 3 (687). Pp. 5-12.

2. Tamrazyan A.G., Chernik V.I., Matseevich T.A., Manaenkov I.K. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2022. Vol. 18. № 6. Pp. 573-583.

3. Suvorov A.A., Filatov V.B. Gradostroitel'stvo i arhitektura. 2017. Vol. 7. № 3 (28). Pp. 14-18.

4. Krishan A.L., Rimshin V.I., Troshkina E.A. IOP Conference Series Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 753. No. 2. P. 022053.

5. Mohammadi M., Wu Y.F. Constr. Build. Mater. 2017. Vol. 138. Pp. 455-468.

6. Fedorova N., Medyankin M., Fedorov S. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2021. Vol. 1030. No. 1. P. 012046

7. Plevkov V.S., Belov V.V., Baldin I.V., Nevskij A.V. Vestnik grazhdanskih inzhenerov. 2016. № 3 (56). Pp. 72-82.



8. Istomin A.D., Petrova V.A. Zhelezobetonnye konstrukcii. 2023. Vol. 4. № 4. Pp. 3-12.
9. Trekin N.N., Onana Onana Zh. Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. 2017. № 6. Pp. 34-38.
10. Krishan A.L., Narkevich M.Yu., Sagadatov A.I., Rimshin V.I. Magazine of Civil Engineering. 2020. № 2 (94). Pp. 3-10.
11. Tamrazjan A.G., Chernik V.I. Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. 2020. № 8. Pp. 43-53.
12. Chang W., Hao M.J., Zheng W.Z. Construction and Building Materials. 2020. Vol. 230. No. 1. P. 117007.
13. Folino P., Ripani M., Xargay H., Rocca N. Engineering Structures. 2020. Vol. 202. P. 109862.
14. Manaenkov I.K., Zaharova E.A. Vestnik evrazijskoj nauki. 2023. Vol. 15. № 1. URL: [esj.today/PDF/57SAVN123.pdf](http://esj.today/PDF/57SAVN123.pdf)
15. Muradjan V.A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2013. № 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1847](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1847)
16. Manaenkov I.K., Kurnavina S.O. Stroitel'stvo i rekonstrukcija. 2022. № 1 (99). Pp. 40-47.
17. Manaenkov I., Savin S. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021. Vol. 1030. No. 1. P. 012090.
18. Georgiev S.V., Solov'jova A.I., Bekkiev M.Ju. Inzhenernyj vestnik Dona. 2022. № 12. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2022/8083](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2022/8083).
19. Murashkin G.V., Murashkin V.G., Panfilov D.A. Vestnik VRO RAASN. 2011. №14. Pp.144-150.
20. Radajkin O.V. Vestnik BGTU im. V.G. Shuhova. 2019. № 10. Pp. 29-39.

**Дата поступления: 13.02.2024**

**Дата публикации: 23.03.2024**