



Применение теории планирования эксперимента для оценки процесса фильтрации через облицовки каналов

Е. О. Скляренко, К. В. Гвозденко

*Новочеркасский инженерно-мелиоративный институт им. А. К. Корутнова,
Новочеркасск*

Аннотация: На основе размерностно-регрессионного метода планирования эксперимента, используя греко-латинский квадрат, авторами были проведены теоретические исследования по изучению процесса фильтрации через повреждения облицовок каналов, образование которых практически неизбежно при устройстве защитных покрытий поверх противофильтрационного полимерного элемента. Используя факторы в безразмерном виде, были построены графики, отображающие результат эксперимента, а также получено уравнение коэффициента фильтрации облицовки, адекватность которого подтверждается критерием Фишера.

Ключевые слова: планирование эксперимента, противофильтрационная облицовка, фильтрация, повреждение, латинский квадрат, размерностно-регрессионный метод.

В настоящее время при строительстве и реконструкции каналов гидромелиоративных систем и устройстве противофильтрационных облицовок, все большее применение находят различные материалы на основе полиэтилена, битума, каучука и других, получившие название геосинтетические [1]. Такие материалы характеризуются повышенной прочностью, гибкостью, долговечностью, химической стойкостью и водонепроницаемостью.

Как правило, создание любой конструкции противофильтрационного покрытия для каналов, водоемов и накопителей отходов [2 – 4] сопровождается комплексом мероприятий, направленных на сохранение целостности противофильтрационного элемента, что в конечном итоге не всегда удается достичь. Это связано с подготовкой грунтового основания и защитного покрытия, которое по всем техническим условиям и рекомендациям по созданию экранов из геомембран [5] не должно иметь острых включений, камней, растительности и других элементов, способных привести к нарушению целостности полотна.



Тем не менее, многолетний опыт создания противofильтрационных покрытий [3, 5, 6] показывает, что выполнении противofильтрационных (в том числе на каналах гидромелиоративных систем) неизбежно образование повреждений, в виде различных проколов, отверстий, трещин, проваров, которые чаще всего образуются при устройстве защитных слоев или соединении покрытий [4]. Поэтому важным вопросом для применения современных геосинтетических материалов при строительстве и реконструкции каналов гидромелиоративных систем является оценка процесса фильтрации через такие повреждения.

Подобные работы по исследованию водопроницаемости малых отверстий в натуральных условиях и с применением теоретических зависимостей проводились ранее Ю. М. Косиченко и О. А. Баевым, в том числе используя метод теории планирования эксперимента, только на основе логарифмирования зависимостей [7].

Данные теоретические исследования могут быть выполнены также на основе размерностно-регрессионного метода планирования эксперимента, используя греко-латинский квадрат [8 – 10].

Размерностно-регрессионный метод планирования эксперимента позволяет получить сравнительно универсальную зависимость, в которой имеется возможность учесть, как можно больше основных факторов, участвующих в решении той или иной проблемы. При использовании этого метода в теории планирования эксперимента применяются сложные безразмерные комбинации, получаемые на основании размерностного метода.

Для решения поставленной задачи рассмотрим факторы, от которых зависит водопроницаемость противofильтрационных покрытий из геосинтетических материалов, применяемых при строительстве и реконструкции каналов гидромелиоративных систем.



Факторами, оказывающими влияние на водопроницаемость в повреждениях противофильтрационных элементов являются: толщина противофильтрационного покрытия, t , м; толщина защитного слоя из грунта, $h_{гр}$, м; глубина воды в канале, h_w , м; площадь повреждения в геомембране, S , м²; давление грунта над поврежденной частью экрана, G_{gr} , кН; давления столба воды над площадью повреждения, G_w , кН; ускорение сил тяжести, g , м/с²; атмосферное давление, P_{atm} , кН/м²; частота (количество) повреждений на 1 м², n , м⁻².

Используя приведенные факторы с их обозначениями, функциональная зависимость может быть представлена в следующем виде:

$$k_{защ} = \varphi(G_w, G_{gr}, t, g, P_{atm}, n), \quad (1)$$

где $k_{защ}$ – коэффициент фильтрации грунта защитного слоя (искомая величина), м/с; $G_{gr} = (\gamma_{gr} - \gamma_w)sh_{gr}$ – давление грунта защитного слоя над отверстием; $G_w = \gamma_w sh_{gr}$ – давление воды над защитным слоем грунта.

Всем символам правой части зависимости (1) присваиваем показатели степени:

$$k_{защ} = \varphi(G_w^a, G_{gr}^b, t^c, g^d, P_{atm}^e, n^f). \quad (2)$$

В размерных единицах символов функциональная зависимость (2) примет вид:

$$\frac{L}{T} = [F]^a, [F]^b, [L]^c, \left[\frac{L}{T^2}\right]^d, \left[\frac{F}{L^2}\right]^e, \left[\frac{1}{L^2}\right]^f, \quad (3)$$

откуда, используя основные размерности, находим показатели степени:

- для F : $0 = a + b + e$;
- для L : $1 = c + d - 2e - 2f$;
- для T : $-1 = -2d$.



Исключаем a , c и d , выразив их через остальные показатели степени. Тогда имеем $a = -b - e$, $d = 0,5$, $c = 0,5 + 2l + 2f$.

Подставив эти значения показателей в зависимость (2), имеем:

$$k_{защ} = \varphi(G_w^{-b-e}, G_{gr}^b, t^{0,5+2e+2f}, g^{0,5}, P_{ам}^e, n^f). \quad (4)$$

Объединив переменные факторы с одинаковыми показателями, окончательно получим:

$$\frac{k_{защ}}{\sqrt{tg}} = \varphi \left[\left(\frac{G_{gr}}{G_w} \right)^b \left(\frac{P_{ам} \cdot t^2}{G_w} \right)^e (nt^2)^f \right]. \quad (5)$$

Применив основные размерности, функциональную зависимость (2) удалось представить в критериальной форме, содержащей в правой части три безразмерных параметра, т. е. число независимых факторов, влияющих на процесс фильтрацию через повреждения в защитном экране, значительно сократилось. Однако, функциональная зависимость (5) является еще многофакторной, даже в критериальном виде.

Чтобы выполнить эксперимент с каждым безразмерным параметром, варьируя его в пределах, нужно сделать большое количество опытов. Сведем количество опытов к оптимальному минимуму, применив теорию планирования эксперимента.

Воспользовавшись выражением (5), применяем размерностно-регрессионный метод, обозначив безразмерные комплексы в обеих частях следующим образом:

$$R = \frac{k_{защ}}{\sqrt{tg}}, R = \left(\frac{G_{gr}}{G_w} \right)^b, Y = \left(\frac{P_{ам} \cdot t^2}{G_w} \right)^e, z = (nt^2)^f. \quad (6)$$

В процессе эксперимента необходимо найти показатели степени b , e , f при безразмерных параметрах и коэффициент пропорциональности γ равенства (5).



Факторные планы в виде латинского и греко-латинского квадрата применяются не только в случае однофакторного эксперимента с несколькими внешними переменными, но и с несколькими факторами. Факторные планы чаще всего применяются для формул двух типов.

Первый тип формулы: зависимая переменная Φ представляет собой сумму функций от независимых переменных. В общем виде эта формула имеет вид:

$$\Phi = f_1(x) + f_2(y) + f_3(z), \quad (7)$$

где f_1, f_2, f_3 – функция любой сложности.

Второй тип формул представляет собой произведений отдельных функций независимых переменных:

$$\Phi = f_1(x) \cdot f_2(y) \cdot f_3(z). \quad (8)$$

Функциональная зависимость (8) представляет собой частный случай выражения (7), так как после его логарифмирования получают уравнение эквивалентное зависимости (7):

$$\lg \Phi = \lg f_1(x) + \lg f_2(y) + \lg f_3(z). \quad (9)$$

Уравнение (8) включает выражение, применяемое при использовании метода размерностей (10), а также ряд других сложных зависимостей:

$$\Phi = \varphi(x^a, y^b, z^c), \quad (10)$$

В случае, если известно, что функция относится к классу, который описывается равенством (8), выполнение факторного эксперимента проводится в следующем порядке.

Пусть в сбалансированном эксперименте на трех уровнях применяется x, y, z , тогда латинский квадрат имеет вид:

	Y_1	Y_2	Y_3
X_1	Z_1	Z_2	Z_3
X_2	Z_2	Z_3	Z_1
X_3	Z_3	Z_1	Z_2



В этом случае составляется три логарифмических уравнения для строки, содержащей x_1 и производится их суммирование:

$$\left. \begin{aligned} (\lg \Phi)a &= \lg f_1(x_1) + \lg f_2(y_1) + \lg f_3(z_3) \\ (\lg \Phi)b &= \lg f_1(x_1) + \lg f_2(y_2) + \lg f_3(z_1) \\ (\lg \Phi)c &= \lg f_1(x_1) + \lg f_2(y_3) + \lg f_3(z_2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\Sigma \lg \Phi x_1 = 3 \lg f_1(x_1) + \lg [f_2(y_1)f_2(y_2)f_2(y_3)] + \lg [f_3(z_3)f_3(z_1)f_3(z_2)].$$

Аналогичный вариант может быть получен для строки, в которую входит x_2 , а затем x_3 , вплоть до n -й строки. В общем виде получим:

$$\left. \begin{aligned} \lg f_1(x_1) &= \frac{\Sigma \lg \Phi x_1 - const}{n} \\ \lg f_1(x_2) &= \frac{\Sigma \lg \Phi x_2 - const}{n} \\ \lg f_1(x_n) &= \frac{\Sigma \lg \Phi x_n - const}{n} \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

где n – число уровней независимых переменных.

Системы уравнений (11) и (12) показывают, что если усреднения производить по соответствующим уровням переменной y , а затем z , то результат будет получен тот же самый, что и для случая усреднения по уровням переменной x . В случае добавления еще одной или двух независимых переменных, получится греко-латинский квадрат, при этом правило влияния новых переменных на результат Φ останется прежним.

Пользуясь формулами системы уравнения (12), можно построить графики, которым будут соответствовать функции:

$$\Phi_x = kf_1(x); \Phi_y = k'f_2(y); \Phi_z = k''f_3(y), \quad (13)$$

где Φ_x – антилогарифм $\Sigma \lg \Phi_{xn}$; k – постоянная в формулах (13), которая получена по значениям y и z , исключаемых при использовании латинского квадрата; $f_1(x)$ – функция переменной x .



Решая уравнения системы (13) и поставив $f_1(x)$, $f_2(y)$, $f_3(z)$ в зависимость (8), получим:

$$\Phi = k(\Phi_x)(\Phi_y)(\Phi_z), \quad (14)$$

где $k = (kk'k'')^{-1}$. С учетом этого систему уравнений (6) представим в следующем виде:

$$R = \varphi_1(x)\varphi_2(y)\varphi_3(z). \quad (15)$$

Применив приведенные рассуждения к системе уравнений (5), которая удовлетворяет уравнению (8) с взятием переменных системы (6) на четырех уровнях латинский квадрат имеет вид:

	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄
X ₄	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄
X ₃	Z ₂	Z ₁	Z ₄	Z ₃
X ₂	Z ₃	Z ₄	Z ₁	Z ₂
X ₁	Z ₄	Z ₃	Z ₂	Z ₁

В данном случае рассмотренную модель можно представить в виде следующей функции:

$$k_{защ} = b_0 + b_1x + b_2y + b_3z + b_4xy + b_5xz + b_6yz + b_7xyz. \quad (16)$$

Параметры x , y , z данной зависимости, а также коэффициенты $b_0..b_7$, были определены опытным путем.

При исследованиях по определению фильтрационных характеристик защитного слоя, факторы, входящие в зависимость (1), изменились в следующих пределах: $t = 0,002 - 0,007$ м; $h_{gr} = 0,2 - 0,5$ м; $h_w = 5 - 10$ м; $S = 0,05 - 0,20$ м²; $\rho_{gr} = 15,0 - 21,0$ кН/м²; $n = 0,001 - 0,0001$ м⁻².

Для проведения экспериментов был выбран план с квадратом 4x4 (15), в котором безразмерные параметры x , y , z имели следующие значения:

$$X = \frac{G_{gr}}{G_w} = 2,4 \cdot 10^{-2} - 5,5 \cdot 10^{-2}; \quad Y = \frac{P_{atm}}{G_w} = 7,92 \cdot 10^{-5} - 2,4 \cdot 10^{-4};$$

$$Z = nt^2 = 4,0 \cdot 10^{-10} - 4,9 \cdot 10^{-8}.$$



Латинский квадрат будет иметь следующую структуру (таблица №1) [8].

Таблица № 1

План эксперимента на четырех уровнях варьирования переменными в формуле (15)

Относительное давление на грунт защитного слоя, Y	$7,92 \cdot 10^{-5}$	$1,328 \cdot 10^{-4}$	$1,864 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$
Коэффициент условий работы грунта защитного слоя,	Относительная частота повреждений в противодиффузионном геосинтетическом материале, z			
$5,5 \cdot 10^{-2}$	$4,0 \cdot 10^{-10}$	$1,66 \cdot 10^{-8}$	$3,28 \cdot 10^{-8}$	$4,9 \cdot 10^{-8}$
$4,47 \cdot 10^{-2}$	$1,66 \cdot 10^{-8}$	$4,0 \cdot 10^{-10}$	$4,9 \cdot 10^{-8}$	$3,28 \cdot 10^{-8}$
$3,4 \cdot 10^{-2}$	$3,28 \cdot 10^{-8}$	$4,9 \cdot 10^{-8}$	$4,0 \cdot 10^{-10}$	$1,16 \cdot 10^{-8}$
$2,4 \cdot 10^{-2}$	$4,9 \cdot 10^{-8}$	$3,28 \cdot 10^{-8}$	$1,16 \cdot 10^{-8}$	$4,0 \cdot 10^{-10}$

После проведения эксперимента при указанных 16 комбинациях по опытным данным был составлен квадрат (таблица № 2), содержащий значения зависимой переменной, которой является критерий

$$\text{бурности } (F_r^{0,5}) = R = \frac{k_{защ}}{\sqrt{gt}}$$

Таблица № 2

Квадрат зависимой переменной $R = \frac{k_{защ}}{\sqrt{gt}}$

3,82	4,52	5,56	7,14
2,67	3,17	3,89	5,00
1,53	1,81	2,22	2,86
0,38	0,45	0,56	0,71

Для нахождения искомой зависимости от факторов, вошедших в зависимость (15), необходимо по данным полученного квадрата (таблица 1) вычислить средний логарифм, а затем определить антилогарифм по следующей схеме (рис. 1).



Относительная частота повреждений, z	Логарифм R				Коэффициент условий работы грунта, x		
	Сумма	Среднее	Антилогарифм				
$Z = 4 \cdot 10^{-10}$	0,58	0,66	0,74	0,85	2,83	0,71	5,10
$Z = 1,66 \cdot 10^{-8}$	0,43	0,50	0,59	0,70	2,22	0,56	3,60
$Z = 3,28 \cdot 10^{-8}$	0,18	0,26	0,35	0,46	0,60	0,15	1,41
$Z = 4,9 \cdot 10^{-8}$	-0,42	-0,35	-0,25	-0,15	-1,17	-0,29	0,51
Сумма	0,77	1,07	1,43	1,86	1,28	0,32	2,09
Среднее	0,19	0,28	0,36	0,46	1,29	0,32	2,10
Антилогарифм	1,56	1,85	2,28	2,92	1,27	0,318	2,08
					1,29	0,32	2,10

Относительное давление на грунт защитного слоя, R_y

Рис. 1 – Схема вычислений R в функции от x , y и z формулы (15)

По данным этих вычислений построим графики (рис. 2), изображающие результат эксперимента.

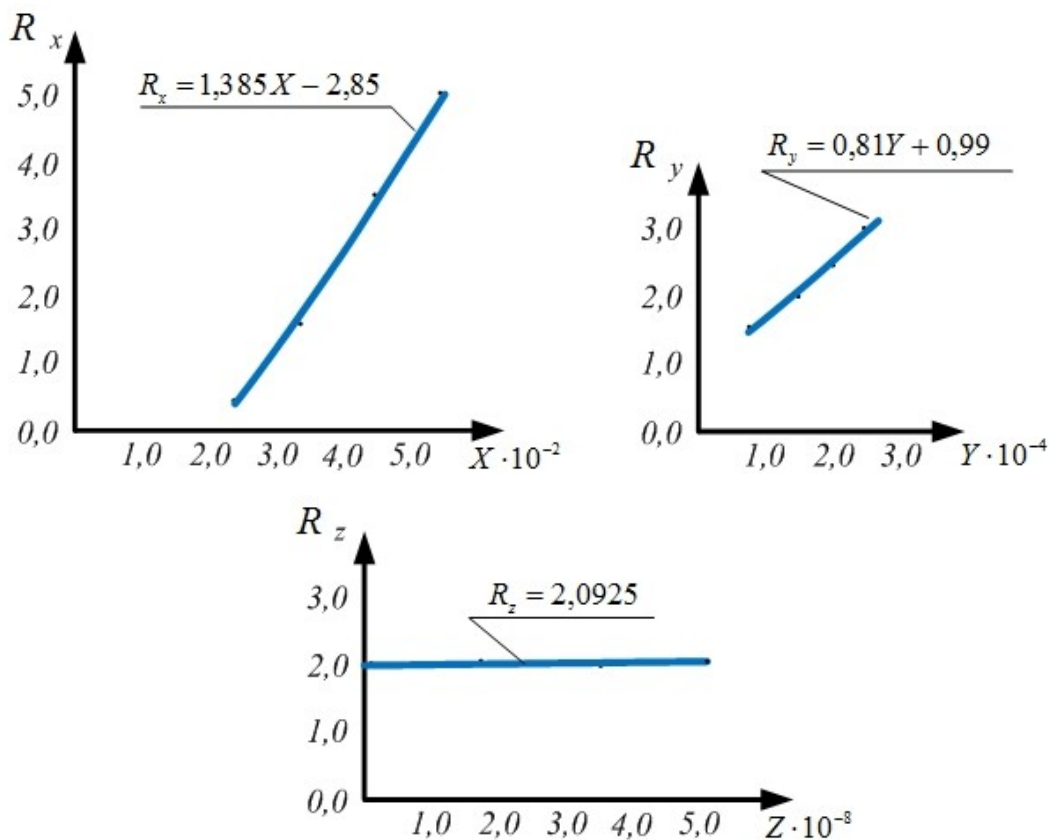


Рис. 2 – Графики по результатам вычислений



С помощью метода наименьших квадратов, определены коэффициенты и получены уравнения результатов $R_x = f(x \cdot 10^{-2})$; $R_y = f'(y \cdot 10^{-4})$ и $R_z = 2,0925$. С учетом уравнения (14) определены коэффициенты k_i для всех 16 комбинаций и найдено среднее значение постоянной k для всех условий равное 0,254.

Подставляя уравнения с графиков (см. рис. 2) и среднее значение коэффициентов $k = 0,254$ в зависимость (14) получено окончательное уравнение относительно результата R :

$$R = 0,254(1,385x - 2,85)(0,81h + 0,99)2,0925, \quad (18)$$

или, выполнив арифметические действия, окончательно получено:

$$R = 0,596xy - 1,227y + 0,729x - 1,5. \quad (19)$$

Подставив безразмерные факторы из (6) в (19), выразим уравнение (19) через искомую величину $k_{защ}$:

$$k_{защ} = \sqrt{gt \left[0,596 \left(\frac{G_{gr} P_{atm} t^2}{G_w^2 \cdot 10^6} \right) - 1227 \left(\frac{P_{atm} t^2}{G_w \cdot 10^4} \right) + 0,729 \left(\frac{G_{gr}}{G_w \cdot 10^2} - 1,5 \right) \right]}. \quad (20)$$

Проверим адекватность полученного уравнения по F -критерию Фишера. Для этого производим сравнение полученного и табличного F -значения, ($F > F_{табл}$), исходя из этого можно сделать вывод, что уравнение (20) адекватно результатам эксперимента. Уровень значимости при этом был принят по статистическим таблицам равным 0,05.

Исходя из вышеизложенного, можно сделать вывод о том, что полученное уравнение (20) на основе теории планирования эксперимента размерностно-регрессионным методом может быть использовано для расчета процесса фильтрации через повреждения в противофильтрационных облицовках каналов [11 – 13], выполненных из геосинтетических материалов.



Литература

1. Косиченко Ю. М., Баев О. А. Классификация геосинтетических материалов и их применение для противofильтрационных устройств. Актуальные вопросы гидротехники и мелиорации на Юге России сборник научных трудов. ФГБОУ ВПО «Новочеркасская государственная мелиоративная академия». Новочеркасск, 2013, с. 108-116.
2. Складенко Е. О. Моделирование распространения загрязненного потока из накопителей промышленных отходов в грунтовых водах // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. 2007. № 4. С. 96-99.
3. Ищенко А. В. Повышение эффективности и надежности противofильтрационных облицовок оросительных каналов: монография. Изв.вуз. Сев. – Кавк. регион. техн. науки. 2006. 211 с.
4. Баев О. А. Противofильтрационные покрытия с применением бентонитовых матов для накопителей жидких отходов // Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации, 2013. № 3 (11). С. 115-124.
5. Косиченко Ю. М., Баев О. А. Рекомендации по применению геосинтетических материалов для противofильтрационных экранов каналов, водоемов и накопителей. Новочеркасск, 2014. – 64 с. – Деп. в ВИНТИ 12.01.15, № 1-В2015.
6. Косиченко Ю.М., Баев О.А., Ищенко А.В. Современные методы борьбы с фильтрацией на оросительных системах // Инженерный Вестник Дона, 2014, № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2593.
7. Баев О. А. Применение планирования эксперимента для изучения водопроницаемости экрана из геомембраны // Природообустройство. 2014. № 3. С. 46-51.



8. Монтгомери Д. К. Планирование эксперимента и анализ данных. – Судостроение, 1980. С. 86-98.
9. Веников В. А. Теория подобия и моделирования. М.: Высшая школа, 1984. – 438 с.
10. Сидняев Н. И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных: учебное пособие. М.: Юрайт, 2011. – 399 с.
11. Скляренко Е. О. Баев О. А. Анализ водопроницаемости противодиффузионных экранов в программном комплексе «Comsol multiphysics» // Инженерный Вестник Дона, 2015, № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3104.
12. Offengenden C. P. Lining for irrigation canals / Washington: United States Government printing office, 1963. – PP. 15-65.
13. Rowe R. K. Performance of a geocomposite liner for containing / T. Mukunoki, R. J. Bathurst, S. Rimal, P. Hurst, S. Hansen // Geotextiles and Geomembranes. – 2007. – № 25 (2). – PP. 68-77.

References

1. Kosichenko Ju.M., Baev O.A. Aktual'nye voprosy gidrotehniki i melioracii na Juge Rossii sbornik nauchnyh trudov. FGBOU VPO «Novocherkasskaja gosudarstvennaja meliorativnaja akademija». Novocherkassk, 2013, pp.108-116.
2. Skljarenko E.O. Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Severo-Kavkazskij region. Serija: Tehniceskie nauki. 2007. № 4. pp.96-99.
3. Ishchenko, A.V. Povyshenie effektivnosti i nadezhnosti protivofil'tratsionnykh oblitsovok orositel'nykh kanalov: monografiya [Improving the efficiency and reliability of anti facing irrigation canals] Izv.vuz. Sev. Kavk. region. tekhn. nauki. 2006. 211 p.



4. Baev O.A. Nauchnyj zhurnal Rossijskogo NII problem melioracii, 2013. № 3 (11), pp.115-124.
5. Kosichenko Ju.M., Baev O.A. Rekomendacii po primeneniju geosinteticheskikh materialov dlja protivofil'tracionnyh jekranov kanalov, vodoemov i nakopitelej. Novoчеркассk, 2014. 64 p. Dep. v VINITI 12.01.15, № 1-V2015.
6. Kosichenko Ju.M., Baev O.A., Ishhenko A.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2593.
7. Baev O.A. Prirodoobustrojstvo. 2014. № 3.pp. 46-51.
8. Montgomeri D.K. Planirovanie jeksperimenta i analiz dannyh [Experimental Design and Analysis]. Sudostroenie, 1980. pp. 86-98.
9. Venikov V.A. Teorija podobija i modelirovanija [Similarity Theory and Modeling]. M.: Vysshaja shkola, 1984. 438 p.
10. Sidnjaev N.I. Teorija planirovanija jeksperimenta i analiz statisticheskikh dannyh: uchebnoe posobie [The theory of experimental design and analysis of statistical data]. M.: Jurajt, 2011. 399 p.
11. Skljarenko E.O. Baev O.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3104.
12. Offengenden C.P. Lining for irrigation canals. Washington: United States Government printing office, 1963. pp.15-65.
13. Rowe R.K., T. Mukunoki, R. J. Bathurst, S. Rimal, P. Hurst, S. Hansen. Geotextiles and Geomembranes. 2007. № 25 (2). pp.68-77.