Идентификация параметров модели объекта гибридным методом

В.С. Воробьев

Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) Национального исследовательского технологического университета «МИСИС»

Аннотация: В работе реализован метод, позволяющий определить параметры объекта управления третьего порядка на основе целевой функции метода наименьших квадратов. Проведенные численные и лабораторный эксперименты позволяют говорить об эффективности реализованного метода.
Ключевые слова: идентификация, оптимизация, метод наименьших квадратов, метод Левенберга-Марквардта, дифференциальное уравнение.

Введение

Как правило, при разработке системы автоматического управления (САУ) необходимо знать точную математическую модель объекта управления, с учетом которой будет синтезирован закон управления. Зачастую аналитическое построение такой модели на практике невозможно. Для решения данной проблемы можно использовать смешанный подход: экспериментально – аналитический метод на основе метода наименьших квадратов [1] и [2]. Данный метод значительно ускоряет синтез регулятора, так как для построения модели объекта достаточно знать структуру и снять его реакцию на ступенчатое воздействие [3] и [4]. Проблема данного подхода заключаются в нелинейности получаемого решения дифференциального уравнения. Предлагается реализация метода, позволяющего восстановить неизвестные параметры объектов управления, описывающихся дифференциальными уравнениями третьего порядка методами оптимизации целевого функционала [5].

Описание реализации метода идентификации

Переходные характеристики многих объектов управления (ОУ) в промышленности таких, как электродвигатели постоянного тока [6], тепловые объекты [7] и др., можно описать в виде передаточной функции (1):

$$W_{OY}(s) = \frac{y(t)}{x(t)} = \frac{K_{OY}}{(T_1 \cdot s+1)\cdot(T_2 \cdot s+1)\cdot(T_3 \cdot s+1)} \tag{1}$$

Где: T_1, T_2 и T_3 – постоянные времени, $K_{ОУ}$ – коэффициент усиления объекта управления, s – оператор Лапласа.

Для определения искомых параметров ОУ запишем (1) в виде дифференциального уравнения (2).

$$\begin{gathered} T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot \dddot{y}(t) + \left((T_2 + T_1) \cdot T_3 + T_1 \cdot T_2\right) \cdot \ddot{y}(t) + \\ +(T_1 + T_2 + T_3) \cdot \dot{y}(t) + y(t) = K_{OY} \cdot x(t) \end{gathered} \tag{2}$$

Где: y(t) – функция изменения физической величины от времени, t – время.

Начальные условия (3) для задачи Коши определяются из ступенчатого воздействия функции Дирака.

$$\begin{cases} y(0) = K_{0OY} \\ \dot{y}(0) = 0 \\ \ddot{y}(0) = 0 \end{cases} \tag{3}$$

Аналитическое решение уравнения (2) при начальных условиях (3) представлено в виде функции (4):

$$\begin{gathered} y_{m.}(t) = -\frac{T_1^2 \cdot (K_{OY} - K_{0OY}) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}}{(T_2 - T_1)\cdot(T_3 - T_1)} + \frac{T_2^2 \cdot (K_{OY} - K_{0OY}) \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}}{(T_2 - T_1)\cdot(T_3 - T_2)} - \\ -\frac{T_3^2 \cdot (K_{OY} - K_{0OY}) \cdot e^{-\frac{t}{T_3}}}{(T_3 - T_2)\cdot(T_3 - T_1)} + K_{OY} \end{gathered} \tag{4}$$

Где: $\forall i \in \{x \in \mathbb{N} | x \le 3\} \exists T_i \in \mathbb{R}: T_i > T_{i+1} > 0, K_{OY} \in \mathbb{R}, K_{0OY} \in \mathbb{R}$.

Конечное и начальное значение выхода ОУ обозначаемое $K_{ОУ}$ и $K_{0ОУ}$ определены из переходной характеристики, сформированной в виде вектора столбцов. Для определения T_1, T_2 и T_3 ОУ использован метод наименьших квадратов (МНК) (5):

$$F(T_1, T_2, T_3) = \sum_{i=1}^{n} \left(y_{э.}(t) - y_{m.}(t)\right)_i^2 \to min \tag{5}$$

Где: n – количество точек выборки, $y_{э.}(t)$ – экспериментальные значения, T_1, T_2 и T_3 – минимизируемые параметры.

Для минимизации целевого функционала (5) были взяты частные производные по T_1, T_2, T_3 и записана система нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ) (6).

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial F(T_1,T_2,T_3)}{\partial T_1} = 0 \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial F(T_1,T_2,T_3)}{\partial T_2} = 0 \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial F(T_1,T_2,T_3)}{\partial T_3} = 0 \end{cases} \tag{6}$$

Для определения корней СНАУ (6) существуют такие методы, как градиентный спуск [8], метод Ньютона [9] и метод Левенберга-Марквардта [10]. Градиентный спуск достаточно медленно сходится при многомерной оптимизации, а метод Ньютона расходится при условии, что начальное приближение корней не находится в окрестности истинных корней. Для решения этой проблемы может быть использован метод Левенберга-Марквардта (7). Если начальное приближение находится далеко от окрестности корня, то поиск осуществляется методом градиентного спуска. Как только текущее приближение попадает в окрестность корня, начинается поиск методом Ньютона, что дает квадратичную скорость сходимости.

$$T_{j+1} = T_j + \left(\beta \cdot E + H\left(F(T_j)\right)\right)^{-1} \cdot \nabla\left(F(T_j)\right) \tag{7}$$

Где: β – настраиваемый коэффициент, T – вектор столбец.

Условием сходимости является неравенство (9):

$$\left|\left(\beta \cdot E + H\left(F(T_j)\right)\right)^{-1} \cdot \nabla\left(F(T_j)\right)\right| < \varepsilon \tag{9}$$

Где: $\exists \beta \in \mathbb{R}: \beta > 0, \exists! \varepsilon \in \mathbb{R}: 0 < \varepsilon < 1$.

Численный эксперимент

Численный эксперимент был реализован в MATLAB Simulink. Параметры рассматриваемого ОУ представлены в таблице (1).

Таблица № 1

Параметры ОУ

№ п/п	T_1	T_2	T_3	$K_{ОУ}$	$K_{0ОУ}$
1	300	100	50	100	0
2	300	100	50	100	10

Для оценки качества минимизации параметров целевого функционала применялось среднее квадратичное отклонение суммы разности квадратов (10):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_{э.}(t) - y_{m.}(t)\right)_i^2}{n}} \tag{10}$$

Полученные параметры модели представлены в таблице (2).

Таблица № 2

Параметры ОУ и оценка сходимости целевой функции

№ п/п	σ	T_1	T_2	T_3	$K_{ОУ}$	$K_{0ОУ}$
1	0.02	298.27	102.65	48.51	99.96	0
2	0.02	298.27	102.65	48.51	99.96	10

Можно сделать вывод о том, что реализованный метод позволяет восстановить параметры ОУ с достаточной точностью.

Эксперимент на лабораторной установке

Для проведения лабораторного эксперимента использовался стенд, оснащенный печью нагрева с мощностью 2.4 кВт (Рис. 1). Нагрев печи осуществлялся путем подачи на нагревательный элемент сетевого напряжения ~220В.

Рис. 1. Экспериментальный объект.

Переходная характеристика строилась с помощью ПЛК Siemens Simatic S7-300 и датчика температуры ТХА-0179.

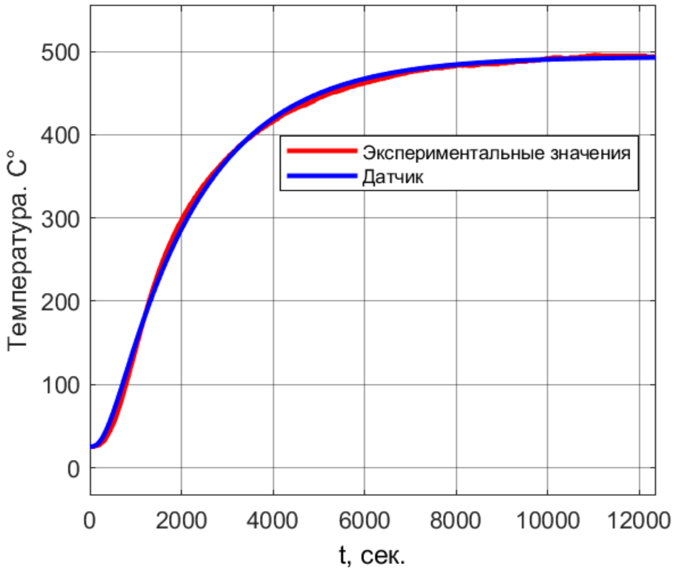

Рис. 2. График сходимости экспериментальной и теоретической функции.

С помощью реализованного метода, по полученной переходной характеристике были вычислены следующие параметры ОУ (таблица 3).

Таблица № 3

Параметры ОУ и оценка сходимости целевой функции

σ	T_1	T_2	T_3	$K_{ОУ}$	$K_{0ОУ}$

5.16	1942.43	198.25	195.63	493.75	25.52

По этим параметрам в MATLAB построена переходная характеристика модели, приведенная на (рис. 2) по которой можно сделать вывод о том, что реализованный в работе метод идентификации дает хорошее приближение к исследуемому ОУ.

Заключение

В работе был реализован метод, позволяющий восстановить параметры ОУ на основе целевой функции МНК, а решением СНАУ послужил метод Левенберга-Марквардта. Проведенные численные и лабораторный эксперименты позволяют говорить об эффективности реализованного метода.

Литература

1. Василенко А. С., Грибанов А. А. Идентификация технологических объектов управления // Энергоэффективность и энергосбережение в современном производстве и обществе. – 2019. – С. 30-37.

2. Малёв Н.А., Мухаметшин А.И., Погодицкий О.В., Городнов А.Г. Экспериментально-аналитическая идентификация математической модели электромеханического преобразователя постоянного тока с применением метода наименьших квадратов // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. – 2019. – Т. 21. – №. 4. – С. 113-122.

3. Rao S., Buss M., Utkin V. Simultaneous state and parameter estimation in induction motors using first-and second-order sliding modes // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2009. – V. 56. – №. 9. – pp. 3369-3376.

4. Xu L. Application of the Newton iteration algorithm to the parameter estimation for dynamical systems // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2015. – V. 288. – pp. 33-43.

5. Анисин Д. С. Сравнительный анализ методов многомерной оптимизации в задачах регрессии временных рядов // Цифровой регион: опыт, компетенции, проекты. – 2020. – С. 74-79.

6. Добробаба Ю. П., Нестеров А. Ю., Чумак А. Ю., Акулов О. В., Электропривод постоянного тока. – 2000. С. 6.

7. Лузгин В. В., Ульянов А. Д., Колтыгин Д. С. Экпериментальное исследование тепловых объетов методом частотных характеристик // Труды Братского государственного университета. Серия: Естественные и инженерные науки. – 2017. – Т. 2. – С. 54-62.

8. Еремеева Н. И., Картушин А. А. К вопросу о реализации градиентного спуска в задачах оптимизации. – 2021. С. 22-25.

9. Поляк Б. Т. Метод Ньютона и его роль в оптимизации и вычислительной математике // Труды Института системного анализа Российской академии наук. – 2006. – Т. 28. – С. 44-62.

10. Измаилов А. Ф., Куренной А. С., Стецюк П. И. Метод Левенберга-Марквардта для задач безусловной оптимизации // Вестник российских университетов. Математика. – 2019. – Т. 24. – №. 125. – С. 60-74.

References

1. Vasilenko A. S., Gribanov A. A. E`nergoe`ffektivnost` i e`nergosberezhenie v sovremennom proizvodstve i obshhestve. 2019. pp. 30-37.

2. Malyov N.A., Muxametshin A.I., Pogodiczkij O.V., Gorodnov A.G. Izvestiya vuzov. Problemy` e`nergetiki. 2019. pp. 113-122.

3. Rao S., Buss M., Utkin V. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2009. V. 56. №. 9. pp. 3369-3376.

4. Xu L. Journal of Computational and Applied Mathematics. 2015. V. 288. pp. 33-43.

5. Anisin D. S. Cifrovoj region: opy`t, kompetencii, proekty`. 2020. pp. 74-79.

6. Dobrobaba Yu. P., Nesterov A. Yu., Chumak A. Yu., Akulov O. V., E`lektroprivod postoyannogo toka. 2000. p. 6.

7. Luzgin V. V., Ul`yanov A. D., Kolty`gin D. S. Trudy` Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Estestvenny`e i inzhenerny`e nauki. 2017. T. 2. pp. 54-62.

8. Eremeeva N. I., Kartushin A. A. K voprosu realizacii gradientnogo spuska v zadachax optimizacii. 2021. pp. 22-25.

9. Polyak B. T. Trudy` Instituta sistemnogo analiza Rossijskoj akademii nauk. 2006. T. 28. pp. 44-62.

10. Izmailov A. F., Kurennoj A. S., Steczyuk P. I. Vestnik rossijskix universitetov. Matematika. 2019. T. 24. №. 125. pp. 60-74.